

**JEFFERSON SOUZA HONÓRIO**

**ESTUDO DE UM MODELO DE ANÁLISE DE AÇÕES**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
obtenção do diploma de Engenheiro de Produção

Orientadora: Profa. Dra. Linda Lee Ho

São Paulo  
2008



**JEFFERSON SOUZA HONÓRIO**

**ESTUDO DE UM MODELO DE ANÁLISE DE AÇÕES**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
obtenção do diploma de Engenheiro de Produção

Orientadora: Profa. Dra. Linda Lee Ho

São Paulo  
2008

## FICHA CATALOGRÁFICA

Honório, Jefferson Souza

Estudo de um Modelo de Análise de Ações / Jefferson Souza Honório;  
Orientadora: Profa. Dra. Linda Lee Ho.

São Paulo, 2008

108 f.

Trabalho de Formatura – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

1. Ações. 2. Variáveis Econômicas. 3. Regressão Múltipla. 4. Análise de Séries Temporais

1. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção

## DEDICATÓRIA

*À minha família,*



## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus,

À minha família por tudo que sou, pelos anos de incentivo, pelo apoio incondicional em todos os momentos e por terem me oferecido a oportunidade e acesso ao estudo e encorajado a busca pelo conhecimento. Sem ela não haveria alcançado mais esta conquista.

À Escola Politécnica por proporcionar meu crescimento tanto intelectual como pessoal ao longo destes últimos anos.

Aos professores do Departamento de Engenharia de Produção – PRO – por todo seu empenho e dedicação na tarefa de transmissão de conhecimento e auxílio no difícil processo de aprendizado.

À professora Dra. Linda Lee Ho, pela paciência, orientação e dedicação durante o processo de realização deste trabalho.

À minha namorada e amiga, Roberta, pelo incentivo e apoio nos momentos difíceis e por estar presente nos momentos alegres.

Aos amigos da graduação, pelo suporte e incentivo mútuo ao longo de todo o curso em busca do mesmo objetivo maior. Amigos que com certeza levarei para toda a vida.

A todos aqueles que colaboraram direta ou indiretamente à realização deste Trabalho.



## RESUMO

O mercado acionário movimenta todos os dias um volume de dinheiro extraordinário, e existem inúmeras razões bastante razoáveis para justificar esse interesse dos investidores: alta liquidez, baixa carga tributária, se comparado aos ativos de renda fixa, facilidade de operar em uma corretora, nos últimos quatro anos a bolsa tem superado o CDI, entre outros podem ser citados como alguns motivos. Porém uma correta análise do desempenho destes ativos frente ao cenário econômico se faz necessário, visto a crise em que o mercado tem sofrido nos últimos meses em que cenários desfavoráveis podem resultar em perdas catastróficas referentes a anos de retornos acumulados.

Neste contexto o presente trabalho propõe o estudo de um modelo de análise de ações com o principal objetivo de estudar o ativo com base em uma série de variáveis que procuram sintetizar comportamento do mercado como um todo. Esta abordagem permite a percepção dos fatores externos que interferem nas oscilações dos preços dos ativos e seu retorno ao investidor, proporcionando, principalmente o aprendizado acerca do comportamento dos ativos, a partir do estudo de modelos de regressão múltipla e séries temporais.

Palavras Chave: Ações, Variáveis Econômicas, Regressão Múltipla, Análise de Séries Temporais



## **ABSTRACT**

The stock market moves every day an extraordinary amount of money, and there are lots of very reasonable reasons to justify this interest of investors: high liquidity, low tax burden, if compared to assets of fixed income, easy to operate at a brokerage in the last four years the stock has surpassed the CDI, among others, may be cited as some reasons. But a correct analysis of the performance of these active fronts of the economic environment is necessary because the crisis in which the market has suffered in recent months in which losses can result in catastrophic losses for the years of accumulated returns.

In this context the present study suggests the study of a model analysis of assets with the primary aim of studying the active based on a number of variables that summarize the behavior of the market as a whole. This approach allows the perception of external factors that interfere in the price changes of assets, providing, especially learning about the behavior of stocks, from the study of models of multiple regression and time series.

Key words: Stocks, Economic Variables, Multiple Regression, Time series Analysis



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema de um Modelo de Regressão Linear Simples. ....	30
Figura 2 - Significado geométrico da igualdade $S_{Total}=S_{Reg}+S_{Res}$ . ....	34
Figura 3 - Apresentação de esquemas de resíduos (a) satisfatórios e (b), (c) e (d) insatisfatórios. ....	44
Figura 4 – Sistema Dinâmico.....	45
Figura 5 - Um processo estocástico como uma família de variáveis aleatórias.....	46
Figura 6 – (a) Série semanal de PETR4 (b) Primeira diferença de PETR4 .....	49
Figura 7 – Fluxograma da construção do modelo ARIMA.....	50
Figura 8 - Exemplo de um processo AR(1) .....	52
Figura 9 - Exemplo de um processo MA(1).....	54
Figura 10 - Exemplo de um modelo ARMA(1, 1).....	56
Figura 11 - Evolução dos preços do ativo PETR4.....	63
Figura 12 - Evolução dos preços do ativo BBDC4.....	63
Figura 13 - Evolução dos preços do ativo VALE5 .....	64
Figura 14 - Primeiras diferenças de PETR4.....	70
Figura 15 - Retornos percentuais de PETR4.....	71
Figura 16 - Dispersão Índices de Ações vs. PETR4 .....	72
Figura 17 - Dispersão <i>Commodities</i> vs PETR4 .....	73
Figura 18 - Dispersão Moedas vs PETR4 .....	75
Figura 19 - Dispersão Títulos do Governo Americano vs PETR4 .....	77
Figura 20 - Séries real, estimada e residual para o modelo de regressão sobre o ativo PETR4.....	80
Figura 21 - Autocorrelações e autocorrelações parciais para os resíduos da regressão, sendo (a) Original, (b) Primeiras diferenças e (c) Segundas diferenças .....	81
Figura 22 - Séries Real, Estimada e Residual para o modelo ARIMA(2, 5) sobre os resíduos da regressão.....	83
Figura 23 - Autocorrelações e Autocorrelações Parciais para os retornos percentuais do ativo PETR4. Sendo a) Original, b) Primeira diferença e c) Segunda Diferença. ....	84
Figura 24 - Segundas diferenças dos retornos percentuais de PETR4.....	85

Figura 25 - Séries Real, Estimada e Residual para o modelo ARIMA(4, 2, 4) sobre o ativo PETR4 .....	86
Figura 26 - Séries Real, Estimada e Residual do modelo sobre o ativo PETR4.....	89
Figura 27 - Resíduos padronizados .....	91
Figura 28 - Resíduos plotados no Papel de Probabilidade Normal (PPN).....	92
Figura 29 - Séries Real, Estimada e Residual do modelo sobre o ativo BBDC4.....	97
Figura 30 - Séries Real, Estimada e Residual do modelo sobre o ativo VALE5 .....	99

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Análise de Variância (ANOVA) para uma variável .....	35
Tabela 2 - Análise de variância (ANOVA) para $k$ variáveis independentes.....	38
Tabela 3 – Comportamento das $\text{fac}(\rho_k)$ e $\text{facp}(\theta_{kk})$ de um processo ARIMA(p, d, q) .....	59
Tabela 4 - Saídas do <i>software</i> Eviews para o modelo de regressão de PETR4 .....	79
Tabela 5 - Saídas do <i>software</i> Eviews para o modelo ARIMA(3, 2, 5) sobre os resíduos da regressão.....	82
Tabela 6- Saídas do <i>software</i> E-Views para o modelo de séries temporais ARIMA(4, 2, 4) sobre o ativo PETR4 .....	86
Tabela 7 - Saídas do <i>software</i> E-Views para o modelo de regressão múltipla sobre os resíduos .....	87
Tabela 8 - Saídas do <i>software</i> Eviews para o modelo de sobre o ativo PETR4 .....	88
Tabela 9 - Saídas do <i>software</i> Eviews para o modelo de sobre o ativo BBDC4 .....	96
Tabela 10 - Saídas do <i>software</i> Eviews para o modelo de sobre o ativo VALE5.....	98



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
1.1	Objetivo do Trabalho.....	15
1.2	Investimento .....	15
1.3	Mercado Financeiro.....	17
1.4	Ações .....	20
1.5	Previsão .....	22
1.6	Análise Técnica e Análise Fundamentalista.....	24
<b>2</b>	<b>LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO.....</b>	<b>29</b>
2.1	Modelos de Regressão .....	29
2.1.1	Regressão Linear Simples .....	30
2.1.2	A Abordagem Matricial .....	36
2.1.3	Regressão Múltipla.....	37
2.1.4	Técnicas para a obtenção do melhor modelo de regressão .....	40
i.	Forward Selection Method.....	40
ii.	Backward Elimination Method.....	40
iii.	Stepwise Procedure.....	41
2.1.5	Análise dos resíduos.....	42
2.2	Séries Temporais .....	44
2.2.1	Processos Estocásticos .....	46
2.2.2	Função de autocorrelação.....	46
2.2.3	Estacionariedade .....	47
2.2.4	Modelos ARIMA ( <i>Auto Regressive Integrated Moving Average</i> ).....	49
i.	Modelos Auto-Regressivos.....	51

ii.	Modelos de Médias Móveis .....	53
iii.	Modelos ARMA (p, q) .....	55
iv.	Modelos não Estacionários .....	57
v.	Modelo ARIMA (p, d, q) .....	57
<b>3</b>	<b>PROPOSTA DE MODELAGEM.....</b>	<b>61</b>
3.1	Seleção dos ativos estudados .....	62
3.2	Seleção das variáveis .....	65
3.2.1	Índices de Ações.....	66
3.2.2	<i>Commodities</i> .....	67
3.2.3	Moedas .....	67
3.2.4	Taxas de juros.....	68
3.3	Apresentação da proposta de modelagem .....	69
3.4	Estudo das Correlações.....	71
3.4.1	Índices de Ações.....	72
3.4.2	<i>Commodities</i> .....	73
3.4.3	Moedas .....	75
3.4.4	Taxas de Juros .....	76
3.5	Aplicação Primeiramente do modelo de regressão.....	78
3.6	Aplicação primeiramente do modelo de séries temporais .....	83
3.7	Aplicação do modelo de regressão e séries temporais simultaneamente ....	87
3.8	Análise dos resíduos .....	90
<b>4</b>	<b>APLICAÇÃO DO MODELO .....</b>	<b>95</b>
4.1	Expansão para outros ativos .....	95
4.2	Aplicações do Modelo .....	100
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>103</b>
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>107</b>

# INTRODUÇÃO

---

## 1 INTRODUÇÃO

O mercado acionário, desde sua criação, sempre despertou nas pessoas um interesse extraordinário, fora do comum. Desde sua primeira negociação, o desejo de todos é adquirir o conhecimento da fórmula mágica que explicaria os movimentos dos ativos, de forma a desenvolver a capacidade de se antecipar, tomando decisões corretas, em momentos oportunos, esquivando-se dos perigos e se aproveitando das oportunidades de retorno rápido.

Porém esta fórmula mágica não existe e cabe aos investidores o desenvolvimento de ferramentas e modelos que, de certa forma, consigam auxiliar o processo de tomada de decisão, que funcione como um instrumento de aprendizado aliado a experiência e o conhecimento do investidor no processo de alocação do capital.

Porém, como aponta Butler (1966), estes modelos são passíveis de erros, principalmente em eventos de *stress*, uma vez que a dinâmica dos preços dos ativos é extremamente complexa, não sendo possível, um modelo englobar todas as variáveis que interferem na evolução dos retornos dos ativos. Principalmente pelo fato de o valor das ações não dependerem exclusivamente da evolução da empresa correspondente, pelo contrário, dependem também de outros componentes bastante significativos e incontroláveis como a subjetividade dos investidores e a expectativa do mercado.

Neste sentido este trabalho vem propor o estudo de um modelo para análise de ações com base em uma série de variáveis de mercado, com o objetivo de auxiliar o entendimento da evolução dos preços dos ativos, e que possibilite a percepção dos fatores externos que interferem no retorno dos ativos estudados, proporcionando, além de tudo um aprendizado acerca do comportamento dos ativos, uma vez que se levam os fatores de mercado que interferem diretamente em seus preços.

O Trabalho de Formatura se desenvolveu em paralelo a um estágio em uma organização financeira em que dispõe de uma distribuidora de títulos e valores, de uma gestora de recursos e de uma consultoria de investimentos internacionais. A empresa atende um grande espectro de investidores, tanto em operações no mercado brasileiro como no internacional. As tarefas do autor se desenvolveram na elaboração de ferramentas computacionais para auxílio na tomada de decisões, sendo assim o presente estudo se apresenta como uma importante ferramenta de auxílio tanto ao processo de análises de ativos, quanto à gestão de recursos, uma vez que procura explorar as interferências do mercado nos preços dos ativos e nos retornos ao investidor.

Para tanto o trabalho está dividido em quatro capítulos principais, incluindo esta introdução. Primeiramente, continuando esta introdução, são apresentados alguns aspectos importantes acerca do tema selecionado para o trabalho, expondo suas características em situando o leitor na problemática em que o estudo está inserido, bem como as bases para o desenvolvimento do processo de modelagem. No capítulo seguinte, é realizado um levantamento teórico necessário em que são

apresentados modelos estatísticos que serão utilizados posteriormente para o processo de desenvolvimento do modelo proposto. Posteriormente é apresentada a utilização dos aspectos teóricos levantados, de forma detalhada para a construção do modelo. E por fim é realizada uma apresentação dos resultados obtidos com a elaboração do modelo. Objetivo do Trabalho

O objetivo principal do presente trabalho é a elaboração de um modelo para análise de ativos do mercado financeiro a partir de uma metodologia calcada da percepção de como diversas variáveis de mercado, sintetizadas por meio de índices de ações, preços de *commodities*, etc. interferem nas oscilações dos preços dos ativos de forma a conseguir estabelecer relações entre as variáveis levantadas e os ativos estudados.

Com este estudo pretende-se conseguir entender, quantitativamente como a evolução das variáveis estudadas afetam de fato a flutuação dos preços dos ativos e o retorno ao investidor. Assim é possível entender, com maior clareza como se dá o comportamento dos ativos estudados frente às variações do mercado e o quão sensível estes ativos são diante das constantes transformações do mercado financeiro.

Para tanto, num primeiro momento será apresentado um levantamento sobre mercado financeiro e investimento, a fim de contextualizar o leitor acerca do problema que será abordado posteriormente. Assim alguns conceitos necessitam ser introduzidos bem como algumas discussões são também de grande valia para o entendimento adequado das questões abordadas no desenvolvimento do trabalho.

## ***1.1 INVESTIMENTO***

O ser humano possui necessidades diversas que vão desde as necessidades vitais e biológicas, necessidades estas em que a não satisfação implicam em não sobrevivência, até as necessidades culturais, oriundas do convívio com a sociedade, igualmente importantes, porém não vitais. A satisfação destas necessidades se dá, principalmente pelo consumo de recursos naturais e em boa parte destas necessidades, a satisfação está diretamente ligada a desembolso de capital.

Ao longo da vida, as pessoas ganham e gastam dinheiro, com o objetivo principal de satisfazer suas necessidades. Este fluxo de capital proporcionado pela incessante busca de suas satisfações nem sempre resulta num valor líquido nulo, ou seja, na maioria dos casos existe um déficit ou um superávit no resultado final dos recebimentos e gastos.

No caso de um resultado negativo, as pessoas são levadas a recorrer a empréstimos e outras formas de crédito para honrar com suas obrigações.

Já no caso de um resultado positivo com relação a seus recebimentos e desenhos, as pessoas possuem diversas alternativas quanto ao destino do capital excedido. Uma alternativa é satisfazer desejos até então privados pela não posse de capital necessário para sua realização imediata. Outra alternativa é a privação de seus desejos atuais e a aceitação de se desfazer da posse imediata do capital excedido visando no futuro um recebimento maior que o capital atual. Este *tradeoff* entre a posse imediata do capital e a esperança de um recebimento que justifique esta privação é chamado de *investimento*. (REILLY E BROWN, 1997)

Segundo Oliveira (1983), as razões que levam as pessoas a avaliarem o consumo futuro em relação ao presente, se faz a partir de dois pontos fundamentais:

a) O primeiro deles é uma questão de segurança. As pessoas sentem necessidade de garantir o seu futuro e o de sua família. Quando alguém faz um seguro de vida, através desse ato de poupança está criando garantias para sua família quanto à sua morte prematura. A simples acumulação de riqueza é uma forma de garantir o futuro;

b) O segundo é o desejo que qualquer um tem de melhorar o seu padrão de vida. Isto inclui desde o poupar para comprar um carro ou uma casa praia, até o desejo de simplesmente aumentar sua riqueza, porque pode significar poder.

## 1.2 *MERCADO FINANCEIRO*

Ao longo da história sempre houve pessoas que por gastarem menos que produzem, possuem excedentes que estão dispostos a ofertar para aqueles que por gastarem além do que são capazes de produzir, necessitam daqueles recursos.

No passado o homem percebeu que um indivíduo não conseguia mais produzir sozinho tudo aquilo que necessitava para a satisfação de todas suas necessidades. A partir de então, ocorreu o desenvolvimento de um sistema de trocas, baseados em indivíduos ofertando diretamente o produto de seu trabalho em troca do produto do trabalho de outros. Neste sistema de trocas, conhecido como *escambo*, as mercadorias eram trocadas em espécie.

Porém, as trocas realizadas com tanta frequência entre os cidadãos eram comumente truncadas e dificultadas, por exemplo, se o primeiro não possuir uma mercadoria que o segundo necessite, a troca não poderia ser realizada.

No decorrer do tempo o homem foi desenvolvendo ferramentas para facilitar este sistema de trocas e proporcioná-la maior liberdade, como por exemplo, a moeda, primeiro ativo financeiro, que além de facilitar este sistema de trocas, permitiu sua expansão. A moeda foi muito importante para o desenvolvimento do sistema de trocas devido ao fato de que a partir de sua utilização, a necessidade de conjugar as necessidades de um indivíduo com o excedente de outro em espécie, e simultaneamente as necessidades do outro com o excedente do um.

Muitas mercadorias diferentes foram empregadas com esta finalidade, o gado parece ter sido um instrumento comum de comércio, tendo várias referências nos poemas homéricos de sua utilização, outra mercadoria foi o sal, por exemplo, na Abissínia. Em algumas regiões da costa da Índia, observou-se a utilização de uma espécie de concha como meio de avaliação de mercadorias. Porém, o homem parece ter dado uma total preferência pelo emprego dos metais, tanto pela sua facilidade de manejo e conservação quanto pela sua fácil divisibilidade, tendo visto o emprego do

cobre, ouro, prata, entre outros sendo os dois últimos mais comuns. (ADAM SMITH, 1969)

Outro ativo financeiro bastante importante para este processo de desenvolvimento foi o contrato de empréstimo, que permitiu que os recursos ociosos se tornassem produtivos pela sua aplicação em investimento, propiciando ganhos, tanto para o poupador como para o tomador de recursos e incentivando, assim, atitudes de poupança e de investimento, beneficiando tanto os envolvidos na transação como a comunidade em geral como aumento da capacidade produtiva, com reflexos diretos sobre o bem-estar e o nível de renda.

Com o desenvolvimento deste sistema de trocas e, conseqüentemente o aumento de sua complexidade, surgiram instituições financeiras com o objetivo de intermediar as transações entres as contrapartes e facilitar o processo, aproximando e conectando os agentes ofertadores de recursos dos agentes tomadores de recursos, confrontando necessidades de um com excedentes de outro.

Desta forma podemos conceituar Sistema Financeiro como um conjunto de instituições financeiras que possibilitam e viabilizam a transferência de recursos dos ofertadores últimos para os tomadores últimos e criam condições para que os títulos tenham liquidez no mercado (possibilidade de converter o ativo em dinheiro). (OLIVEIRA, 1983)

Fabozzi (1994) destaca algumas funções importantes dos mercados financeiros:

- a) Determinar o preço dos ativos negociados entre os agentes ofertadores e tomadores;
- b) Prover um mecanismo para o investidor compra ou vender um ativo, oferecendo liquidez;

- c) Reduzir os custos das transações, sendo estes basicamente dois, os *search costs*, custos estes derivados do objetivo de encontrar uma contraparte, e os *information costs*, custos derivados da busca por informações tanto sobre o ativo, como também da contraparte.

De acordo com estas características, podemos subdividir os mercados financeiros em quatro mercados específicos (ASSAF NETO, 2006):

- a) *Mercado monetário;*
- b) *Mercado de crédito;*
- c) *Mercado de capitais;*
- d) *Mercado cambial.*

No *mercado monetário* são realizadas as operações de curto e curtíssimo prazo, que permitem o controle da liquidez monetária da economia. São negociados neste mercado, principalmente, os papéis emitidos pelo Banco Central destinados a execução da política monetária do governo, e aqueles emitidos pelo Tesouro Nacional com o intuito de financiar as necessidades orçamentárias da União, além de diversos títulos emitidos pelos Estados e Municípios.

O *mercado de crédito* é constituído em sua essência pelos bancos comerciais/múltiplos. O objetivo básico desse mercado é o de suprir as necessidades de recursos de curto e médio prazo dos diversos agentes econômicos, seja pela concessão de créditos às pessoas físicas, seja por modalidades de empréstimos e financiamentos às empresas.

O *mercado de capitais* é a grande fonte de recursos para investimentos da economia, assumindo um papel relevante no processo de desenvolvimento econômico. Apresenta uma forte ligação entre os agentes superavitários, que possuem capacidade de poupança, e os investidores carentes de recursos de longo

prazo. A atuação do mercado de capitais se processa por diversas modalidades de financiamentos a longo prazo para giro e capital fixo. O mercado de capitais atua também com operações de prazo indeterminado, como aquelas que envolvem emissão e subscrição de ações.

No *mercado cambial* ocorrem as diversas operações de compra e venda de moedas estrangeiras conversíveis. Este mercado envolve todos os agentes econômicos com motivos para realizar operações com o exterior, como importadores e exportadores, investidores e instituições financeiras.

### 1.3 AÇÕES

A própria origem das sociedades anônimas sugere que a origem do mercado de ações se deu quando o mercado de crédito deixou de ser eficiente para garantir o fluxo de recursos nas condições adequadas, especialmente em termos de prazo e custo, para a atividade produtiva.

Segundo Miranda Valverde *apud* Oliveira (1983), a primeira S.A. data de 1407, quando a República de Gênova, não podendo pagar títulos de dívida por ela emitidos, transformou-se em ações nominativas, inscritas nos registros e livremente alienáveis e cotadas no mercado.

À medida que a economia cresce não bastam pequenas unidades produtoras para dar conta da produção de alguns bens e serviços requeridos pela comunidade. Algumas características só são possíveis ou viáveis em grande escala. Desta forma, num primeiro momento, os empresários procuram complementar os investimentos para o desenvolvimento de suas atividades buscando empréstimos e financiamentos junto aos bancos e outras instituições financeiras. Naturalmente, mesmo que todos os lucros sejam reinvestidos chega o momento em que a relação entre os capitais de terceiros e próprio se torna tão elevada que os credores, inicialmente, aumentam a taxa de juros e, posteriormente, recusam a concessão de empréstimo para aquele empresário.

A solução é, então, aumentar o número de sócios da empresa, aumentando conseqüentemente o volume de capital investido sem a obrigatoriedade e resgate num certo período.

Um problema neste processo é o seguinte: Como reunir as duas partes interessadas no processo de negociação, o empresário, disposto a vender ações de sua empresa buscando, desta forma aumentar o capital próprio da empresa, e o investidor, disposto a comprar ações desta empresa, com o objetivo de obter lucros com dividendos e a valorização da empresa em questão? Este é o papel das corretoras de valores. É através de uma corretora que pessoas compram e vendem ações, surgindo, desta forma o mercado de ações.

Ações são títulos representativos das cotas-partes em que se divide o capital social de uma sociedade anônima, negociadas no mercado. Uma ação representa, pois, a menor parte (fração) em que é dividido o seu capital. Quando alguém compra uma ação torna-se acionista da empresa e um de seus donos (ASSAF NETO, 2006).

Há dois tipos de ações: ordinárias e preferenciais. As ações ordinárias proporcionam aos titulares o direito de voto em assembleias gerais de acionistas e participação nos lucros da sociedade mediante o recebimento de dividendos. As ações preferenciais, ao contrário, não possuem o direito a voto, oferecendo em contrapartida algumas vantagens ou preferências, como a prioridade no recebimento de dividendos (muitas vezes em percentual mais elevado) e a preferência no reembolso de capital em caso de dissolução da sociedade.

Os rendimentos das ações são variáveis, dependendo principalmente dos resultados apurados pela sociedade emitente e das condições de mercado e da economia. As principais vantagens do acionista são:

*Dividendos* – Parte dos resultados líquidos da sociedade, distribuído aos acionistas;

*Juros sobre o capital próprio* – em vez de dividendos a sociedade pode remunerar o acionista por meio de juros calculados sobre o capital, obtendo, desta forma, vantagens fiscais;

*Bonificação* – as bonificações podem ser em ações ou em dinheiro. Quando a sociedade deseja elevar seu capital próprio, esta emite ações que são distribuídas a seus acionistas de forma gratuita, de acordo com a proporção de cada acionista. Em outros casos a sociedade pode distribuir uma parcela adicional de seus lucros, sendo esta a denominada bonificação em dinheiro;

*Valorização* – ganho obtido pelo acionista por meio de operações de compra e venda das ações da sociedade, mediante a variação do preço do ativo no mercado;

*Direitos de subscrição* – são direitos inerentes a todo acionista de adquirir (subscrever) todo aumento de capital na proporção das ações possuídas.

#### **1.4 PREVISÃO**

Conhecer o futuro, se antecipar aos acontecimentos, tirar proveito de informações sobre o que ainda está por acontecer. Estes são desejos das pessoas desde os primórdios da humanidade, sendo que o ato de elaborar previsões a cerca do futuro é uma atividade tão antiga quanto a própria humanidade. É sempre possível encontrar pessoas dispostas a pagar para conhecer o futuro. Os profissionais da previsão (profetas, meteorologistas, economistas, gurus de mercado, etc.) podem basear-se desde em uma simples intuição até estarem calcados em modelos matemáticos altamente complexos e sofisticados com o auxílio de computadores de elevada capacidade de processamento.

No mercado isto não é diferente, desde o início do processo de trocas, o homem tem tentado de diversas formas encontrar a fórmula mágica que revelaria o domínio do processo de formação dos preços futuros, e que traria consigo a capacidade de antecipar-se aos acontecimentos, tomando decisões corretas no momento correto, reduzindo seus riscos e ampliando sua capacidade de retornos.

Desta forma, todos os envolvidos tentam de alguma forma construir modelos e ferramentas para tentar descrever o processo de movimentação dos preços dos ativos nos períodos futuros, procurando, a partir das informações disponíveis, encontrar uma relação que justifique suas decisões e indiquem o movimento futuro dos ativos e do mercado.

Embora nenhuma técnica ou modelagem do mercado seja infalível, devido, principalmente, sua característica notavelmente complexa, alguns métodos de análise se mostram ao longo do tempo mais eficientes e confiáveis que outros no intuito de prover sustentação para as decisões e afirmações acerca do comportamento do mercado. (BUTLER, 1966). Assim por detrás das previsões do comportamento do mercado, os administradores de investimentos sempre procuram calcar suas análises em sólidas ferramentas e técnicas analíticas de forma a sustentar suas opiniões. No entanto a experiência do analista sempre será um fator básico e essencial para o processo, sendo que muitos admitam tomar algumas decisões com certas doses de instinto.

Para o caso das ações, ao longo de toda a história das negociações deste tipo de ativo, muitos modelos foram elaborados no intuito de proporcionar aos seus criadores o conhecimento do comportamento de tais ativos do mercado.

Muitos destes modelos confeccionados para o entendimento do mercado acionário baseiam-se de certa forma na Teoria do Caminho Aleatório, o CAPM (*Capital Asset Price Model*), desenvolvido por Sharpe *apud* Reilly e Brown (1997) em que propõe a análise e manutenção de uma carteira escolhida, baseando-se em um modelo de programação quadrática, que utiliza uma estimativa do risco do investimento, com a utilização da variância histórica dos ativos, buscando minimizar a exposição aos riscos, almejando um retorno estimado.

Todo modelo construído com o intuito de auxiliar o processo de tomada de decisão, seja ele baseado em qualquer que seja os aspectos teóricos e conceituais, sempre buscam entender o processo de evolução dos movimentos ativos, relacionando-os com outros aspectos exógenos de forma a conseguir, a partir dos

dados e informações disponíveis no momento trazer objetividade ao mercado acionário e retirar parte de seu caráter imprevisível.

Nesta busca incessante por um modelo confiável, várias abordagens quanto à análise são aplicadas na construção e elaboração de metodologias de estudo. Os métodos aplicados no processo de modelagem de mercado são diversos e contrastes entre metodologias utilizadas pelos investidores são visíveis. Para ilustrar estas divergências de pensamento no sentido de entender as variáveis que interferem no mercado, bem como a que intensidade estas variáveis são capazes de influenciar nos retornos dos ativos negociados será apresentado um levantamento breve sobre duas abordagens bastante utilizadas no mercado financeiro, a análise técnica e a análise fundamentalista.

### ***1.5 ANÁLISE TÉCNICA E ANÁLISE FUNDAMENTALISTA***

O principal objetivo da análise técnica é, a partir da observação dos movimentos passados dos ativos, volumes negociados, contratos abertos, análises de gráficos, indicadores, entre outros, desenvolver regras e ferramentas para a descrição dos movimentos futuros dos ativos, bem como o estudo do funcionamento do mercado. (MURPHY, 1986)

Esta filosofia de estudo é altamente contrastante com a análise fundamental em que os movimentos e desempenhos passados não possuem qualquer influência sobre os movimentos futuros dos ativos. Na análise fundamental a decisão sobre investimentos baseia-se no exame detalhado de aspectos econômicos e variáveis que afetam, direta ou indiretamente, às empresas envolvidas no estudo, e no valor do investimento comparado com o valor de mercado.

A análise técnica, por sua vez, envolve o exame de preços e valores de variáveis passados, bem como a observação dos volumes negociados de forma a conseguir a elaboração de modelos que procurem de certa forma descrever o comportamento dos ativos estudados num horizonte de análise futuro, e, portanto, auxiliar nas decisões de investimento.

A principal vantagem apontada pelos analistas técnicos é o fato de acreditarem que uma mudança no preço dos ativos tende a prever mudanças nas variáveis fundamentalistas, tendendo a antecipar-se às análises fundamentalistas. A maioria das empresas de investimentos que trabalham muito forte com análises fundamentalistas também emprega a análise técnica para sustentarem suas decisões de investimentos.

A análise técnica é uma ferramenta útil para os gestores de portfólio, uma vez que as expectativas baseadas somente com a utilização de métodos fundamentalistas nem sempre estão corretas. Segundo Allen (2005) é possível que as expectativas provindas da utilização de análises fundamentalistas acerca de uma companhia simplesmente não se concretizar por diversos motivos, ou simplesmente a resposta do mercado pode não ser como esperado, mesmo que a análise sobre as expectativas de performance da empresa estejam corretas.

De acordo com Murphy (1986), três premissas orientam a análise técnica: a de que o funcionamento do mercado antecipa tudo, a de que os preços se movimentam em tendências e de que a história se repete e o comportamento psicológico humano não muda.

Além disso, o estudo do comportamento do mercado, análises das séries temporais dos ativos estudados, máximos e mínimos, volatilidades, padrões de oscilações dos preços, podem servir como aprendizado, pois sempre se pode tirar alguma coisa estudando os movimentos passados dos ativos, bem como suas reações frente aos movimentos de outras variáveis de mercado.

Os analistas técnicos concentram-se não na análise dos relatórios das empresas e pesquisas econômicas, mas focam sua pesquisa na maneira como os preços se comportam no passado e como isso afeta os movimentos futuros. Os fundamentos econômicos são estudados e justificados indiretamente. No começo de uma tendência, ninguém sabe justificar ao certo o porquê de ela estar ocorrendo. Pelo estudo das séries de preços, os analistas deixam que o mercado lhes conte como está atuando. O analista não tenta ser mais esperto que o mercado, mas sim, tirar

informações deste. Esta é uma das idéias centrais da análise técnica, relacionada à dinâmica dos mercados.

As duas frentes são bastante contrastantes, uma vez que enquanto os analistas técnicos procuram estudar os efeitos da psicologia do mercado, os fundamentalistas procuram encontrar as causas deste comportamento. Os fundamentalistas acreditam que as ações das empresas possuem um valor intrínseco, relacionado diretamente à empresa emissora, que pode, ou não estar refletido no seu preço de mercado.

Observando as duas abordagens, aparentemente, a análise fundamentalista se apresenta mais sólida, uma vez que não somente o cenário econômico é analisado, mas também as particularidades do nicho de atuação da empresa e sua situação interna. Sendo assim, o que interessa, então, é o potencial de crescimento dos lucros da empresa frente às oscilações da economia, e sua conseqüente capacidade de pagar dividendos, sendo influenciado diretamente pela estratégia de operação da empresa, o tipo de produto e mercado, variáveis macroeconômicas, entre outros fatores.

Segundo MURPHY (1986), as vantagens da análise técnica frente às outras abordagens são:

- a) A definição do momento certo para entrar no mercado, o “*timing*”, só pode ser obtido com a utilização da análise técnica;
- b) A análise técnica é flexível e adaptável. Os mesmos conceitos podem ser aplicados a diversos mercados;
- c) É possível se acompanhar vários mercados com a análise técnica, uma vez que se resume a indicadores e gráficos. Já a fundamentalista requer um maior nível de informação;
- d) Algumas vezes, alguns mercados oferecem maiores possibilidades de lucros, o que pode ser identificado pela análise técnica e não pela fundamentalista;
- e) A análise técnica permite operações rápidas, onde posições são abertas e fechadas no mesmo dia, os chamados “*day-trades*”, pois é

possível se definir indicadores que utilizam preços em intervalos curtos, o que é impossível com a análise fundamentalista.

# ***LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO***

---

## **2 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO**

Nesta parte do trabalho é realizado um levantamento detalhado dos aspectos teóricos necessários para a elaboração do modelo a ser elaborado.

### **2.1 *MODELOS DE REGRESSÃO***

Segundo Meyres (1990) o termo regressão descreve uma coleção de técnicas estatísticas que servem para projetar inferências sobre relações quantitativas em um sistema científico.

O modelo de regressão é um dos modelos mais utilizados em estatística, tendo sua aplicação estendida em diversas áreas do conhecimento. Em qualquer modelo de

regressão o principal objetivo é obter uma equação matemática que represente quantitativamente a relação entre duas ou mais variáveis, da seguinte maneira:

$$Y_t = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) + \varepsilon_t, \quad (1)$$

Onde:

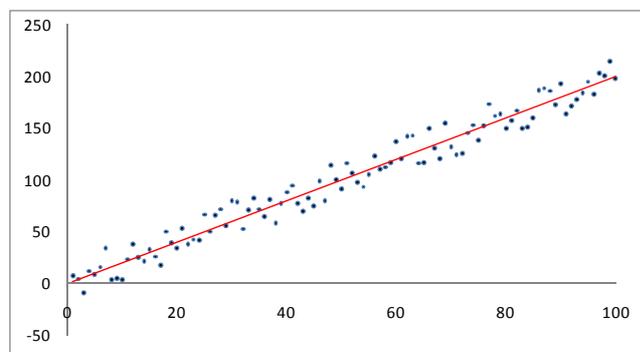
- $Y_t$  é a variável dependente, no instante  $t$ ;
- $X_1, X_2, \dots, X_n$  são as variáveis independentes, ou predictoras;
- $\varepsilon_t$  é o resíduo da regressão em relação ao valor real, no instante  $t$ .

### 2.1.1 Regressão Linear Simples

O principal objetivo da regressão linear simples é relacionar o comportamento de duas variáveis através de uma equação do tipo:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon_t \quad (2)$$

A regressão linear simples assume que a variável  $Y$  depende somente de uma única variável e que sua variação pode ser descrita por meio de uma reta que cruza o eixo das ordenadas no ponto  $Y = \beta_0$  e possui coeficiente angular  $\beta_1$ . Trata-se de um modelo relativamente simples, porém bastante utilizado, tendo os conceitos envolvidos para sua definição facilmente expandidos para outros casos mais complexos desde que entendidos de forma adequada.



**Figura 1 - Esquema de um Modelo de Regressão Linear Simples.**

A obtenção da equação que descreve o modelo de regressão simples pode ser obtida aplicando-se o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

A idéia básica para encontrar-se a equação que represente o caso estudado baseia-se no fato de que  $\beta_0$  e  $\beta_1$  são desconhecidos, então estima-se os parâmetros da equação,  $b_0$  e  $b_1$  através dos dados do problema de modo que se minimize o erro total entre os valores em relação ao valor real  $Y_t$ , obtidos através do modelo:

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 X_t + \varepsilon_t, \quad (3)$$

Onde:

- $\hat{Y}_t$  é o estimador da variável dependente ( $Y$ ), no instante  $t$ ;
- $b_0$  é o estimador do parâmetro  $\beta_0$ ;
- $b_1$  é o estimador do parâmetro  $\beta_1$ ;
- $X_t$  é a variável independente ou preditora, no instante  $t$ ;
- $\varepsilon_t$  é o resíduo da regressão em relação ao valor real de  $Y$ .

Sendo assim:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = \sum_{i=1}^n |Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i| \quad (4)$$

Porém, encontrar o mínimo da expressão (4) fica dificultado devido ao fato de a função módulo não ser derivável em todos os pontos. Sendo assim, minimizar a soma dos erros ficaria mais simples se a função que se deseja minimizar fosse derivável em todos os pontos, desta forma, o MMQ faz o uso da soma dos quadrados, tendo desta forma que minimizar a seguinte função:

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2 \quad (5)$$

Derivando a equação acima em relação a  $\beta_0$  e  $\beta_1$ , temos:

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) \quad (6)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_1} = -2X_i \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) \quad (7)$$

Para encontrarmos os valores de  $b_0$  e  $b_1$  basta encontrarmos o ponto em que as derivadas expressas em (6) e (7) são nulas, ponto este onde se encontra o mínimo da soma dos quadrados dos erros, desta forma, já isolando  $b_1$ , podemos encontrar que:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{(\sum_{i=1}^n X_i)(\sum_{i=1}^n Y_i)}{n}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 + \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^2}{n}} \quad (8)$$

Onde se pode, com uma notação conveniente, escrever:

$$S_{XY} = \sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = \sum X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y} \quad (9)$$

$$S_{XX} = \sum (X_i - \bar{X})^2 = \sum X_i^2 - n\bar{X}^2 \quad (10)$$

$$S_{YY} = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum Y_i^2 - n\bar{Y}^2 \quad (11)$$

De onde podemos concluir que:

$$b_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad (12)$$

Para  $b_0$ , basta aplicar:

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X} \quad (13)$$

Para analisar a precisão do modelo de regressão construído, podemos definir:

- A variância total como a soma dos quadrados das diferenças entre a média  $\bar{Y}$  e as observações  $Y_i$ , chamando de soma dos quadrados total, ou

$$S_{Total} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (14)$$

- A variância da regressão como a soma do quadrado das diferenças entre as previsões  $\hat{Y}_i$  e a média  $\bar{Y}$ , chamando de soma dos quadrados da regressão, ou

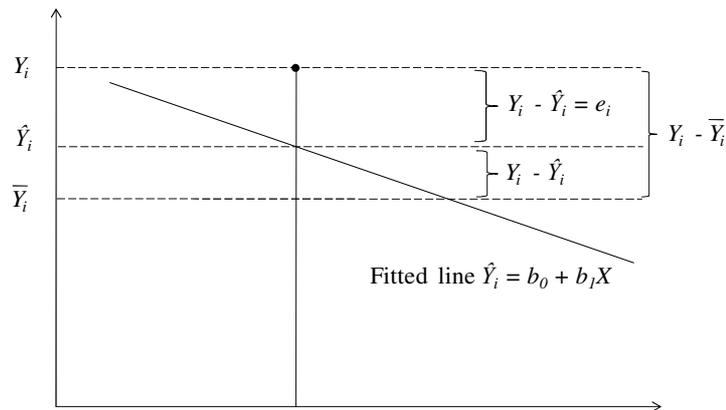
$$S_{Reg} = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (15)$$

- A variância do erro como a soma dos quadrados do erro, chamando de soma dos quadrados residual, ou

$$S_{Res} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (16)$$

A partir das equações (14), (15) e (16) para definição das variâncias, podemos considerar a seguinte identidade:

$$S_{Total} = S_{Reg} + S_{Res} \quad (17)$$



**Figura 2 - Significado geométrico da igualdade  $S_{Total} = S_{Reg} + S_{Res}$ . Fonte: DRAPER**

Assim, é possível verificar a proporção da variância explicada pelo modelo ( $S_{Reg}$ ) em relação à variação total do modelo ( $S_{Total}$ ). Para tanto se pode apresentar o coeficiente de determinação  $R^2$ . Este coeficiente varia entre 0 e 1, sendo que quanto mais próximo de 1, melhor o modelo, tendo a fração residual ( $S_{Res}$ ) pouca influência no modelo. De (15) e (17) temos que:

$$R^2 = \frac{S_{Reg}}{S_{Total}} \quad (18)$$

A partir do resultado das equações apresentadas anteriormente, podemos realizar uma *Análise de Variância (ANOVA)*, sendo que os “quadrados médios” são obtidos a partir da divisão de cada soma dos quadrados apresentados pelos respectivos graus de liberdade.

Tabela 1 - Análise de Variância (ANOVA) para uma variável

Variação	Graus de Liberdade	Soma dos Quadrados	Quadrados Médios	$F$
Regressão	1	$\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$	$S_{Reg}/1$	$QM_{Reg}/QM_{Res}$
Residual	$n - 2$	$\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$	$S_{Res}/n - 2$	
Total	$n - 1$	$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$		

A estatística  $F$ , obtida com o auxílio da tabela ANOVA apresentada anteriormente, serve para analisar a significância do modelo. Pode-se desta forma testar a hipótese de o coeficiente da variável independente ser 0, ou seja testa-se a hipótese:

$$\begin{cases} H_0: b_1 = 0 \\ H_1: b_1 \neq 0 \end{cases}$$

Caso o valor da estatística  $F$  obtida a partir da tabela, ou seja, do modelo proposto, for maior que o valor crítico de  $F$  obtido de uma tabela de valores padrões a partir do número de graus de liberdade (1 e  $n - 2$ ) e o coeficiente adotado de significância para o modelo  $\alpha$ , pode-se rejeitar  $H_0$ , logo considerar que o coeficiente da variável independente não é nulo, ou seja, significativo para o modelo. Caso o valor encontrado seja menor que o valor crítico não se pode afirmar ao nível de significância adotado que o valor do coeficiente não seja nulo, sendo necessário, portanto, novos testes para confirmar a afirmação.

### 2.1.2 A Abordagem Matricial

Notação:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_1 \\ 1 & X_2 \\ 1 & X_3 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

O método aplicado para a definição da equação matemática que mais represente a relação entre as variáveis, assim como apresentado anteriormente é o MMQ, porém costuma-se utilizar a notação matricial para facilitar a definição dos cálculos, bem como o desenvolvimento do processo de regressão.

Consideremos ainda o caso da regressão linear simples:

Note que:

$$\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \dots + \varepsilon_n^2 = \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} \quad (19)$$

$$Y_1^2 + Y_2^2 + Y_3^2 + \dots + Y_n^2 = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} \quad (20)$$

$$nY = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n = \mathbf{1}'\mathbf{Y} \quad (21)$$

$$nY^2 = (\sum_{i=1}^n Y_i^2)/n = \mathbf{Y}'\mathbf{1}\mathbf{1}'\mathbf{Y} \quad (22)$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_1 & X_2 & \dots & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum X_i \\ \sum X_i & \sum X_i^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_1 & X_2 & \dots & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_i Y_i \end{bmatrix} \quad (24)$$

Sendo assim, podemos escrever:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{b} = \mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (25)$$

De onde podemos concluir, isolando  $\mathbf{b}$ , que:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (26)$$

### 2.1.3 Regressão Múltipla

A realização da regressão múltipla se faz necessário quando uma variável, em sua série, tem seu movimento correlacionado com mais de uma variável, ou seja, mais de uma variável interfere e define o valor da variável objetivo, sendo esta sensível às suas variações.

Os aspectos conceituais que envolvem a resolução da regressão múltipla são os mesmos utilizados e definidos anteriormente na abordagem matricial, onde a estimação dos parâmetros do modelo é definida utilizando o MMQ.

Sendo assim:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_1 & \cdots & \cdots & X_{m1} \\ 1 & X_2 & \cdots & \cdots & X_{m2} \\ 1 & X_3 & \cdots & \cdots & X_{m3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_n & \cdots & \cdots & X_{mn} \end{bmatrix}, \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \cdots & \cdots & \varepsilon_{m1} \\ \varepsilon_2 & \cdots & \cdots & \varepsilon_{m2} \\ \varepsilon_3 & \cdots & \cdots & \varepsilon_{m3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \varepsilon_n & \cdots & \cdots & \varepsilon_{mn} \end{bmatrix}, \mathbf{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

Assim a solução para a estimação do vetor  $\mathbf{b}$  segue o mesmo raciocínio do modelo linear simples apenas alterando a dimensão das matrizes envolvidas no processo. Devido ao tamanho elevado das matrizes envolvidas no processo, é aconselhável o uso de *softwares* para a resolução da parte de cálculo e operações envolvendo as matrizes.

Assim podemos dizer que, analogamente ao modelo linear simples:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (27)$$

Assim como na regressão linear simples, também podemos definir as somas dos quadrados envolvidos na regressão, necessários para a análise de variância. Analogamente, temos:

$$S_{Total} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - n\bar{Y}^2 \quad (28)$$

$$S_{Reg} = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 = \mathbf{b}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} - n\bar{Y}^2 \quad (28)$$

$$S_{Res} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \mathbf{b}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (29)$$

Sendo  $k$  o número de variáveis envolvidas na confecção do modelo proposto, podemos apresentar, neste momento, a tabela que sintetiza a análise de variância (ANOVA) para a regressão múltipla:

**Tabela 2 - Análise de variância (ANOVA) para  $k$  variáveis independentes**

Variação	Graus de Liberdade	Soma dos Quadrados	Quadrados Médios	$F$
Regressão	$k$	$\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$	$S_{Reg}/1$	$QM_{Reg}/QM_{Res}$
Residual	$n - k - 1$	$\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2$	$S_{Res}/n - k - 1$	
Total	$n - 1$	$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$		

Da mesma forma que apresentado anteriormente para a regressão linear simples, o objetivo é testar a estatística  $F$  obtida com o auxílio da tabela acima, com

o retirado de uma tabela de  $F$  padrões, agora com  $k$  e  $n - k - 1$  graus de liberdade e significância  $\alpha$ , para verificar a seguinte hipótese:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: b_i = 0, 1 \leq i \leq k \\ H_1: \exists \text{ ao menos um } b_i \neq 0, 1 \leq i \leq k \end{array} \right.$$

Da mesma forma, caso o  $F$  calculado seja maior que o  $F$  tabelado, rejeita-se  $H_0$ , podendo-se afirmar, com uma significância  $\alpha$ , que ao menos um coeficiente  $b_i$  é não nulo, ou seja, significativo para o modelo.

Podemos apresentar, como na regressão simples, o coeficiente de determinação, sendo este calculado como segue:

$$R^2 = \frac{S_{Reg}}{S_{Total}} \quad (30)$$

Para o caso da regressão múltipla, DRAPER (1969) atenta para o fato de que à medida que se acrescentam variáveis ao modelo, sempre ocorre um acréscimo para  $R^2$ , mesmo que pouco acrescentem ou nada acrescentem ao modelo, devendo-se, portanto, levar em conta o acréscimo nos graus de liberdade devido ao acréscimo de variáveis ao modelo. Para contornar este tipo de problema, uma alternativa é a utilização do  $R^2_{Ajustado}$ .

$$R^2_{Ajustado} = 1 - \frac{n-1}{n-k-1} (1 - R^2) \quad (31)$$

Outra alternativa para verificar a melhora obtida para o modelo devido o acréscimo de uma variável ao modelo, é a execução de testes a partir dos  $F$ -parciais, ou  $F$ -tests. Neste teste avalia-se o quanto se melhora o modelo ao acrescentar a variável avaliada a um modelo que inicialmente não continha tal variável. Este critério é muito útil para adicionar ou remover variáveis ao modelo.

### 2.1.4 Técnicas para a obtenção do melhor modelo de regressão

Existem vários procedimentos, algoritmos para a obtenção do melhor modelo de regressão a partir das variáveis disponíveis, de forma a utilizar as variáveis que realmente acrescentam e melhoram o modelo, justificando, desta forma, sua utilização.

DRAPER (1969) descreve diversos modelos para a obtenção da melhor alternativa de regressão. A seguir é descrito dois dos principais métodos utilizados.

i. ***Forward Selection Method***

Inicia-se o processo sem nenhuma variável, a partir de então avaliam-se todas as correlações da variável objetivo com as variáveis explicativas, identifica-se a variável com maior correlação frente à variável objetivo e testa se esta quando inserida no modelo apresenta um  $F$ -parcial maior que o valor crítico para o nível de significância em que se está trabalhando e para os graus de liberdade.

Comparando o  $F$ -parcial da variável candidata a entrar no modelo, pode-se decidir quanto a sua inclusão/exclusão, desta forma vão se inserido uma a uma as variáveis significativas no modelo. O método pára quando a variável candidata não apresentar um  $F$ -parcial que justifique sua entrada no modelo.

ii. ***Backward Elimination Method***

Inicia-se com o número total (máximo) de variáveis e, partindo desta situação é iniciado um processo iterativo em que se testam todos os  $F$ -parciais de modo a identificar a variável que menos acrescenta ao modelo, dado um nível de significância, visto que o acréscimo de uma variável ao modelo sempre reduzirá seu erro quadrático, o problema é identificar se esta redução do erro justifica a permanência desta variável no modelo.

A realização do teste  $F$  considera o efeito da variável no modelo, como se esta fosse a última a ser inserida ao modelo. Desta forma é possível avaliar o quanto efetivamente a inserção desta variável acrescentou, ou melhorou o modelo em questão. Comparado com o valor crítico para um nível desejado de significância é possível justificar ou não a permanência da variável no modelo.

iii. ***Stepwise Procedure***

Como no método *Forward Selection* inicia-se sem nenhuma variável no modelo, porém, neste algoritmo é possível a inserção de variáveis bem como sua eliminação a cada iteração.

Primeiramente seleciona-se a variável que possui a maior correlação com a variável objetivo, e a partir desta variável encontra-se a equação que descreve o valor de  $Y$  em função de  $Z_1$  selecionado, obtendo-se  $Y = f(Z_1)$ .

Em seguida verifica se a variável inserida é significativa para o modelo. Para tanto é realizada uma análise com relação ao  $F$ -parcial. Caso a variável não seja significativa para o modelo abandona-se a variável e adota  $Y = \bar{Y}$  como melhor modelo.

Caso seja significativo para o modelo, seleciona-se a segunda para entrar no modelo de regressão. Examinam-se as correlações com a variável objetivo de  $Z_j$ , sendo  $j=1$ . Matematicamente isto consiste em encontrar as correlações entre:

- a) Os resíduos da regressão  $\hat{Y} = f(Z_1)$  e
- b) Os resíduos de cada regressão  $\hat{Z}_j = f(Z_1, Z_2)$

Escolhe-se o  $Z_j$  com maior correlação parcial com  $Y$  e encontra-se  $\hat{Y} = f(Z_1, Z_2)$ . Testa-se a significância da regressão. Para tanto se examina os  $F$ -parciais de ambas as variáveis do modelo, os  $F$ -parciais são comparados com os valores críticos

para o nível de significância desejado, desta forma mantêm-se ou rejeita-se cada uma das variáveis.

É possível utilizar também diferentes níveis de significância para inserção de variáveis ao modelo e remoção de variáveis do modelo. Por exemplo, pode-se utilizar para inserção de variáveis ao modelo uma significância de 5% e para remoção um nível de significância de 10%. Neste caso é adotada uma postura conservadora, visto que à medida que uma variável é inserida no modelo espera-se que esta permaneça no modelo.

A iteração pára quando não se consegue inserir nem remover variáveis.

### 2.1.5 Análise dos resíduos

A análise dos resíduos é uma etapa essencial em qualquer modelo de regressão. Sua realização tem por objetivo testar a aderência do modelo construído com os dados observados a fim de avaliar a efetividade do modelo confeccionado uma vez que os modelos assumem que as séries temporais são compostas por um movimento aleatório composto por uma média, um desvio padrão e uma determinada distribuição (ENDERS, 2004).

Os resíduos são definidos como as  $n$  diferenças  $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , onde  $Y_i$  é uma observação e  $\hat{Y}_i$  é o valor correspondente obtido com a utilização do modelo de regressão. Desta forma, pode-se perceber que os resíduos  $e_i$  são as diferenças entre o que é realmente observado, e o que foi estimado através do modelo de regressão, ou seja, o que o modelo de regressão construído não pôde explicar.

Algumas hipóteses acerca dos resíduos obtidos com a regressão devem ser feitas, a fim de avaliar a eficácia do modelo: as hipóteses comuns são que os erros são independentes entre si, e seguem uma distribuição descrita por  $N(0, \sigma^2)$ , ou seja, uma distribuição normal, com média zero e variância constante e igual a  $\sigma^2$ .

Portanto, se o modelo construído for satisfatório, os resíduos encontrados com a utilização do modelo devem tender a confirmar as hipóteses feitas, ou, ao menos devem não demonstrar justificativas para negá-las.

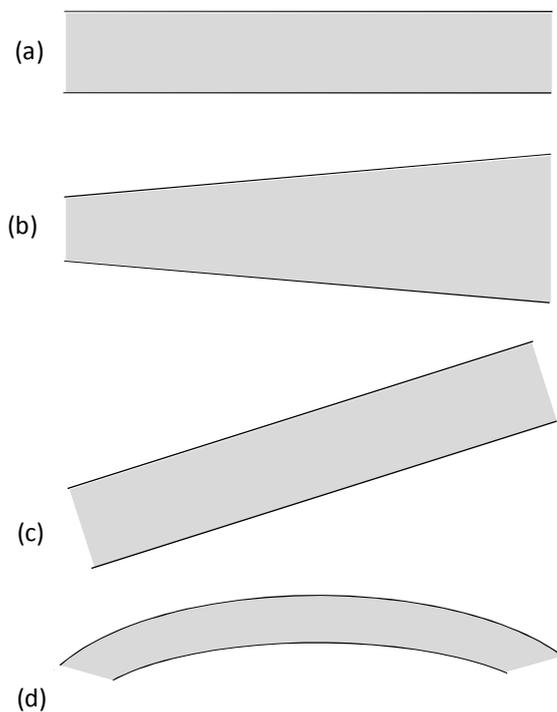
Algumas ferramentas são muito importantes para a realização dos testes acerca hipóteses necessárias para a análise correta dos resíduos, bem como a validação do modelo proposto.

Uma destas ferramentas é o histograma que apresenta a frequência dos valores dos resíduos da regressão obtidos com o modelo, dentro de faixas estabelecidas. É possível observar, com o histograma, o perfil da curva dos resíduos podendo, desta forma compará-lo com uma curva normalmente distribuída. Quanto mais próximo de uma curva normal, mais próximos estão da hipótese de normalidade dos resíduos, logo melhor é o modelo, podendo considerar que o modelo engloba satisfatoriamente as causas do movimento da variável resposta, restando então, apenas, a componente puramente variável.

Outra ferramenta é o *time sequence plot* em que se é plotado num gráfico os pontos dos resíduos na ordem temporal em que eles aparecem, com esta ferramenta, o objetivo principal é a avaliação da evolução dos resíduos ao longo do tempo, ou seja, o efeito do tempo sobre os resíduos apresentados. Draper (1969) apresenta alguns exemplos podem ser apresentados para resíduos não satisfatórios:

- 1) A variância não é constante ao longo do tempo, pois cresce a medida que se avança na linha do tempo, indicando a utilização de uma análise ponderada dos mínimos quadrados;
- 2) Um termo linear no tempo deve ser incluído no modelo;
- 3) Termos lineares e quadráticos devem ser incluídos no modelo.

A Figura abaixo representa os problemas apontados acima, bem como o esquema de um resíduo satisfatório.



**Figura 3 - Apresentação de esquemas de resíduos (a) satisfatórios e (b), (c) e (d) insatisfatórios.**  
**Fonte: DRAPER**

Outra importante ferramenta na análise dos resíduos é o Papel de Probabilidade Normal (PPN). Esta ferramenta é capaz de analisar a proximidade dos resíduos a uma curva normalmente distribuída. Devido a sua escala convenientemente construída, uma variável que descreve uma curva normal de probabilidades, ao plotada nesta escala, descreverá sobre o papel uma linha reta, podendo, desta forma, testar a normalidade dos resíduos obtidos como processo de regressão.

## **2.2 SÉRIES TEMPORAIS**

Uma série temporal consiste em qualquer conjunto de dados ordenados no tempo. Os modelos que abordam a utilização de análises de séries temporais são muito utilizados nos mais variados campos, indo deste a sua utilização em Geofísica, até Economia e Finanças. Desta forma, a quantidade de modelos existentes é muito grande para descrever fenômenos particulares, assim sua construção depende de

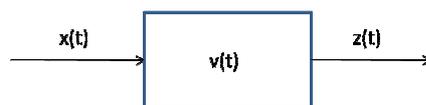
diversos fatores como o comportamento da série estudada, bem como o objetivo da análise e a utilização de *softwares* adequados.

Os principais objetivos da utilização de análises de séries de tempo podem ser listadas, de forma resumida, como:

- Investigar o mecanismo gerador;
- Fazer previsões de valores futuros;
- Descrever o comportamento da série;
- Procurar periodicidades relevantes.

Muitas situações em engenharia, física ou economia podem ser descritos utilizando o conceito de sistema dinâmico, definido na expressão (32) e ilustrado na Figura 4:

$$Z(t) = \sum_{\tau=0}^{\infty} \vartheta(\tau)X(t - \tau) \quad (32)$$



**Figura 4 – Sistema Dinâmico**

Morettin e Toloí (2004) apresenta alguns exemplos de problemas considerados de interesse, com a utilização deste conceito:

- Estimar função de transferência ( $\vartheta(t)$ ), conhecendo  $X(t)$  e  $Z(t)$ ;
- Fazer previsões de  $Z(t + \Delta)$ , conhecendo  $Z(t)$ ;
- Estudar o comportamento, simulando  $Z(t)$ ;

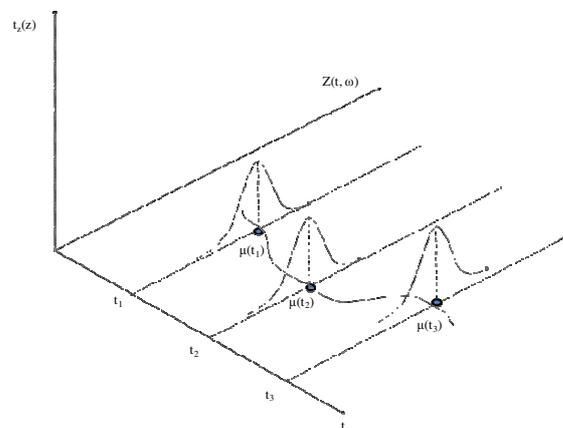
- Controlar  $Z(t)$ , ajustando convenientemente  $Z(t)$ .

### 2.2.1 Processos Estocásticos

Os modelos utilizados para descrever séries temporais são processos estocásticos, ou simplesmente, processos controlados por leis probabilísticas. Podemos definir formalmente um processo da seguinte forma:

“Seja  $T$  um conjunto arbitrário. Um processo estocástico é uma família  $Z = \{Z(t), t \in T\}$ , tal que, para cada  $t \in T$ ,  $Z(t)$  é uma variável aleatória.” (MORETTIN E TOLOI, 2004).

Podemos dizer, portanto, que um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias (*v.a.*) definidas num mesmo espaço de probabilidades  $(\Omega, P)$ , sendo  $T$  comumente tomado como sendo o conjunto dos números inteiros  $Z$ , sendo que, para cada  $t \in T$ ,  $Z(t)$  será uma *v.a.* real.



**Figura 5 - Um processo estocástico como uma família de variáveis aleatórias. Fonte: Morettin e Tolo (2004)**

### 2.2.2 Função de autocorrelação

Para a análise dos modelos de séries temporais, se faz necessário a observação das autocorrelações entre seus valores, sendo assim se faz necessário a introdução deste conceito.

“Seja  $\{X_t, t \in T\}$  um processo estacionário real discreto, de média zero e *facv*  $\gamma_t = E\{X_t X_{t+\tau}\}$ .” (MORETTIN E TOLOI, 2004).

Sendo que a *facv*  $\gamma_t$  satisfaz algumas propriedades específicas:

- (i)  $\gamma_0 > 0$ ,
- (ii)  $\gamma_{-\tau} = \gamma_\tau$ ,
- (iii)  $|\gamma_\tau| \leq \gamma_0$ ,
- (iv)  $\gamma_\tau$  é não negativa definida, no sentido que

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_j a_k \gamma_{\tau_j - \tau_k} \geq 0$$

para quaisquer números reais  $a_1, \dots, a_n$  e  $\tau_1, \dots, \tau_n$  de  $Z$ .

Tipicamente a *facv* de um processo estacionário tende a zero, para  $|\tau| \rightarrow \infty$ .

A função de autocorrelação (*fac*) de um processo estocástico é dado por:

$$\rho_\tau = \frac{\gamma_\tau}{\gamma_0}, \tau \in IR \quad (33)$$

e tem as mesmas propriedades de  $\gamma_\tau$ , exceto que agora  $\rho_0 = 1$ .

### 2.2.3 Estacionariedade

Para a análise de uma série temporal, uma das hipóteses mais comuns é a suposição de que a série é estacionária, ou seja, ela se desenvolve ao longo do tempo ao redor de uma média constante e uma variância estável. Exemplos de séries não estacionárias são séries econômicas, que em geral apresentam tendências, sendo o caso mais simples aquele em que a série flutua ao redor de uma reta, com inclinação positiva ou negativa.

Devido a uma comum suposição de estacionariedade das séries para a análise estatística de séries temporais, é comum a realização de transformações da série original a fim de obter-se uma série estacionária. Sendo assim a transformação mais comum efetuada com este intuito é a tomada de diferenças sucessivas da série original.

A primeira diferença de  $Z(t)$  é definida por:

$$\Delta Z(t) = Z(t) - Z(t - 1) \quad (34)$$

A segunda diferença é:

$$\Delta^2 Z(t) = \Delta[\Delta Z(t)] = \Delta[Z(t) - Z(t - 1)]$$

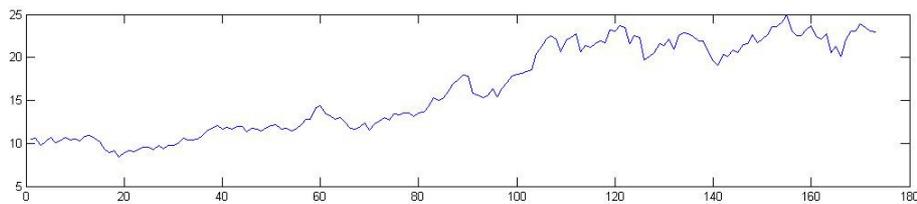
Ou seja,

$$\Delta^2 Z(t) = Z(t) - 2Z(t - 1) + Z(t - 2)$$

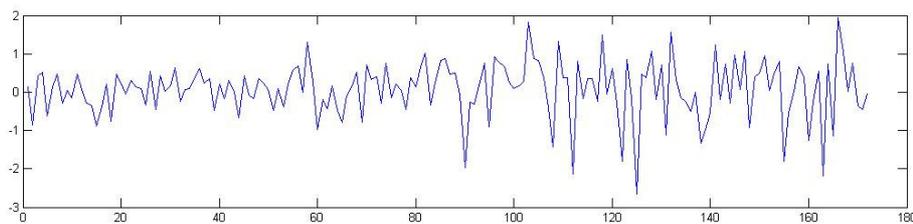
Ou ainda de modo geral:

$$\Delta^n Z(t) = \Delta[\Delta^{n-1} Z(t)] \quad (35)$$

A Figura 6 apresenta a tomada de diferenças sobre a série de preços do ativo PETR4, sendo que em (a) a série apresenta a série semanal dos preços e em (b) a série das primeiras diferenças, obtidas a partir da aplicação da transformação apresentada na expressão (34).



(a)



(b)

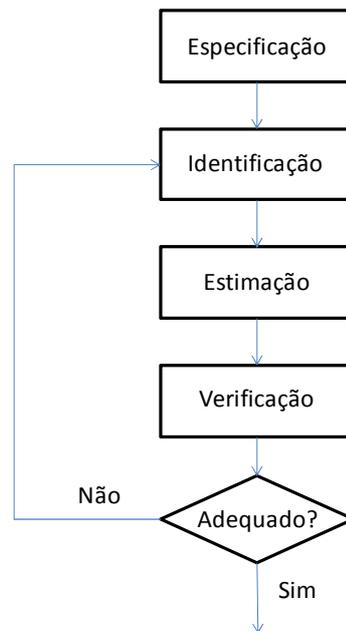
**Figura 6 – (a) Série semanal de PETR4 (b) Primeira diferença de PETR4**

#### 2.2.4 Modelos ARIMA (*Auto Regressive Integrated Moving Average*)

Os modelos auto-regressivos integrados de médias móveis – ARIMA ( $p, d, q$ ) – consistem numa metodologia bastante utilizada no processo de análise de séries temporais. Uma estratégia para a construção do modelo é proposto por Box e Jenkins (1970):

- Passo 1: Especificação – Uma classe geral de modelos é considerada para análise;
- Passo 2: Identificação – do modelo a ser utilizado com base nas autocorrelações, autocorrelações parciais;
- Passo 3: Estimação – dos parâmetros do modelo identificado;
- Passo 4: Verificação – ou diagnóstico do modelo ajustado, através da análise dos resíduos, para validação do modelo.

O fluxograma do processo de construção do modelo  $ARIMA(p, d, q)$  é ilustrado na Figura 7 mostrando o processo de repetição do ciclo caso o modelo obtido não seja satisfatório, necessitando o reprocesso a partir do Passo 2 (Identificação).



**Figura 7 – Fluxograma da construção do modelo ARIMA**

Uma etapa importante para facilitar o entendimento das equações ao longo do trabalho, além de facilidade proporcionada nas etapas de manipulação dos modelos, é a definição de operadores convenientes:

(a) Operador Translação para o Passado ( $B$ ):

$$BZ_t = Z_{t-1}, B^m Z_t = Z_{t-m} \quad (36)$$

(b) Operador Translação para o Futuro ( $F$ ):

$$FZ_t = Z_{t+1}, F^m Z_t = Z_{t+m} \quad (37)$$

(c) Operador Diferença ( $\Delta$ )

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1} = (1 - B)Z_t$$

Ou

$$\Delta = (1 - B) \quad (38)$$

(d) Operador Soma ( $S$ )

$$SZ_t = Z_t + Z_{t-1} + \dots (1 + B + B^2 + \dots)Z_t,$$

Sendo assim:

$$SZ_t = (1 - B)^{-1}Z_t = \Delta^{-1}Z_t$$

Ou melhor

$$S = \Delta^{-1} \quad (39)$$

Nas próximas subseções serão apresentados uma síntese dos principais modelos de séries temporais que constituem nos modelos de análise ARIMA( $p, d, q$ ). Para maiores detalhes e as definições completas consultar (MORETTIN E TOLOI, 2004) ou (BOX & JENKINS, 1970).

i. ***Modelos Auto-Regressivos***

Pode-se definir um modelo AR( $p$ ) – Auto-regressivo de ordem  $p$ , como abaixo:

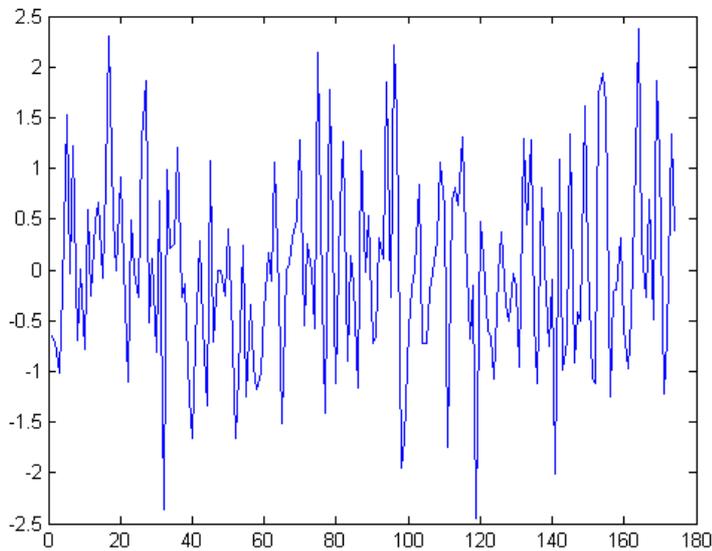
$$\tilde{Z}_t = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{Z}_{t-p} + a_t,$$

Ou, utilizando a notação apresentada anteriormente, baseada em operadores, temos que:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p,$$

Ou simplesmente:

$$\phi(B)\tilde{Z}_t = a_t \quad (40)$$



**Figura 8 - Exemplo de um processo AR(1)**

*Função de autocorrelação*

Tomando a equação que representa o modelo auto-regressivo, apresentada acima, multiplicando-se ambos os membros por  $Z_{t-j}$ , e aplicando-se a esperança, temos que

$$E(\tilde{Z}_t \tilde{Z}_{t-j}) = \phi_1 E(\tilde{Z}_{t-1} \tilde{Z}_{t-j}) + \phi_2 E(\tilde{Z}_{t-2} \tilde{Z}_{t-j}) + \dots + \phi_p E(\tilde{Z}_{t-p} \tilde{Z}_{t-j}) + E(a_t \tilde{Z}_{t-j}) \quad (41)$$

Como  $\tilde{Z}_{t-j}$  só envolve ruídos até  $a_{t-j}$ , podemos afirmar que  $E(a_t \tilde{Z}_{t-j}) = 0$ , para  $j > 0$ , sendo assim

$$\gamma_j = \phi_1 \gamma_{j-1} + \phi_2 \gamma_{j-2} + \dots + \phi_p \gamma_{j-p}, \quad j > 0 \quad (42)$$

Dividindo a equação acima por  $\gamma_0 = Var(Z_t)$ , obtemos

$$\rho_j = \phi_1 \rho_{j-1} + \phi_2 \rho_{j-2} + \dots + \phi_p \rho_{j-p}, \quad j > 0 \quad (43)$$

O comportamento da função de autocorrelação de um processo autorregressivo, apresenta um decaimento exponencial para um modelo de ordem 1, ou seja,  $AR(p)$  com  $p = 1$ , ou genericamente, apresenta uma combinação de polinômios, exponenciais e senóides amortecidas.

ii. ***Modelos de Médias Móveis***

Por um modelo de médias móveis de ordem  $q$  denota-se  $MA(q)$  “*moving average*” podendo se utilizar a seguinte notação:

$$Z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (44)$$

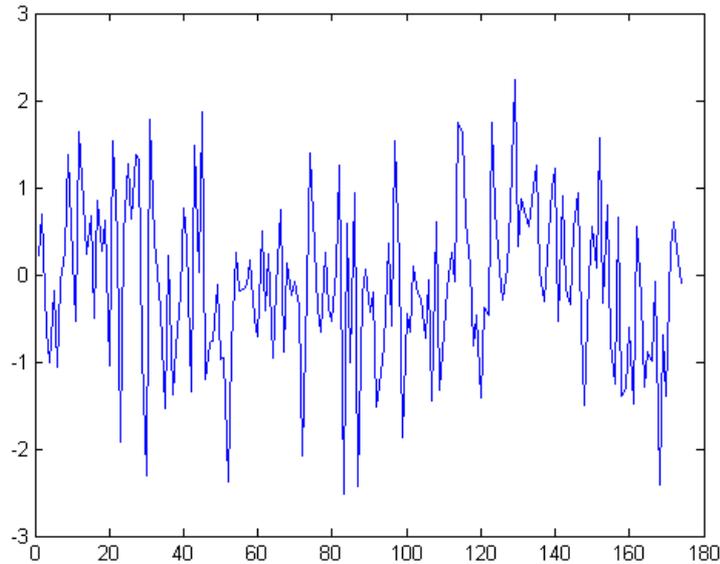
Sendo assim, podemos escrever

$$\tilde{Z}_t = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) a_t = \theta(B) a_t \quad (45)$$

Onde

- $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$
- $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$

Segundo Enders (2004), o modelo de médias móveis é apropriado quando a variável é explicada através da soma ponderada dos ruídos brancos anteriores mais um ruído atual.



**Figura 9 - Exemplo de um processo MA(1)**

*Função de autocorrelação*

A partir da definição de modelos de médias móveis apresentado acima, bem como do conceito de *facv*, podemos tomar que:

$$\gamma_j = E\{\tilde{Z}_t \tilde{Z}_{t-1}\} = E\left\{\left[a_t - \sum_{k=1}^q \theta_k a_{t-k}\right] \left[a_{t-j} - \sum_{l=1}^q \theta_l a_{t-j-l}\right]\right\} \quad (46)$$

Lembrando que

$$\gamma_a(j) = E(a_t a_{t-j}) = \begin{cases} \sigma_a^2, & j = 0 \\ 0, & j \neq 0 \end{cases}$$

De onde podemos chegar que

$$\rho_i = \begin{cases} \frac{-\theta_j + \theta_1 \theta_{j+1} + \theta_2 \theta_{j+2} + \dots + \theta_q \theta_{j+q}}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2}, & j = 1, \dots, q, \\ 0, & j > q \end{cases} \quad (47)$$

De onde pode-se observar que a *fac* de um processo  $MA(q)$  é igual a *zero* para “lags” maiores do que  $q$ , ao contrário do que acontece com um processo  $AR(p)$ . (MORETTIN E TOLOI, 2004).

iii. ***Modelos ARMA (p, q)***

Modelos ARMA ( $p, q$ ) são muito utilizados, principalmente em algumas áreas como Economia ou em Ciências Físicas ou Geofísicas. Para muitas séries encontradas na prática, segundo Morettin e Toloi (2004), a utilização de modelos ARMA é bastante útil para obtenção de modelos com um número não muito grande de parâmetros. O modelo ARMA ( $p, q$ ) combina uma fração auto-regressiva  $AR(p)$  e uma fração determinada por um modelo de médias móveis  $MA(q)$ .

Um modelo ARMA( $p,q$ ) pode ser representado da seguinte forma:

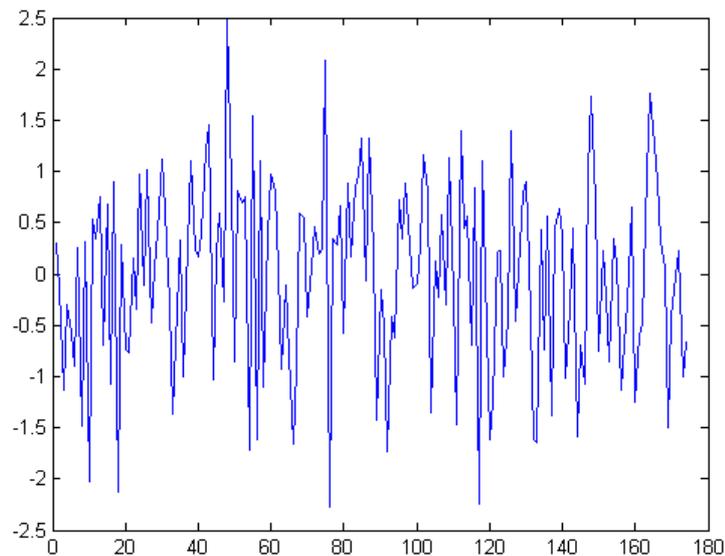
$$\tilde{Z} = \overbrace{\phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \dots + \phi_p \tilde{Z}_{t-p}}^{\text{Fração } AR(p)} + \overbrace{a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}}^{\text{Fração } MA(q)} \quad (48)$$

Sendo

$$\tilde{Z}_t = \mu - Z_t,$$

Ou utilizando os operadores definidos anteriormente:

$$\phi(B)\tilde{Z}_t = \theta(B)a_t \quad (49)$$



**Figura 10 - Exemplo de um modelo ARMA(1, 1)**

#### *Função de autocorrelação*

Tomando a equação que define um modelo ARMA( $p, q$ ) apresentado anteriormente, podemos chegar que

$$\begin{aligned}
 \gamma_j &= E(\tilde{Z}_t \tilde{Z}_{t-1}) \\
 &= E\{(\phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \dots + \phi_p \tilde{Z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots \\
 &\quad - \theta_q a_{t-q}) \tilde{Z}_{t-1}\}
 \end{aligned} \tag{50}$$

Desta forma podemos obter a *fac* do processo a partir de equação acima, como

$$\rho_j = \phi_1 \rho_{j-1} + \phi_2 \rho_{j-2} + \dots + \phi_p \rho_{j-p}, \quad j > q \tag{51}$$

Assim, pode-se perceber que as autocorrelações de “lags” 1, 2, ... ,  $q$  serão afetadas pelos parâmetros de médias móveis, mas para  $j > q$ , pode-se notar que estas se comportam como nos modelos auto-regressivos. (MORETTIN E TOLOI, 2004)

iv. **Modelos não Estacionários**

Como dito anteriormente, a análise de séries temporais supõe, primeiramente que a série estudada seja estacionária, ou seja, tenha ao longo de sua distribuição uma média constante e uma variância estável, de forma que não importe o ponto de partida tomado para a análise da série, esta tenha uma distribuição com as mesmas características ao longo da série. Caso a série não seja estacionária, fato comum em se tratando de séries de ativos econômicos, se faz necessário para a utilização dos modelos uma transformação da série original, a fim de obter uma série estacionária.

v. **Modelo ARIMA ( $p, d, q$ )**

Sendo  $W_t = \Delta^d Z_t$  uma série estacionária, podemos, desta forma, representar  $W_t$  por um modelo ARMA ( $p, q$ ). Sendo assim:

$$\phi(B)\tilde{W}_t = \theta(B)a_t \quad (52)$$

Na maioria dos casos  $d = 1$  ou  $2$  já se mostra suficiente para obter uma série estacionária, correspondendo a casos de não-estacionariedade homogênea, sendo possível representá-la por um modelo ARMA ( $p, q$ ), estacionário e invertível.

- (a) Séries não estacionárias quanto ao nível: oscilam ao redor de um nível médio durante certo tempo e depois saltam para outro nível. Para torná-la estacionária basta uma diferença;
- (b) Séries não estacionárias quanto à inclinação: oscilam ao redor de uma reta numa direção por algum tempo e depois passa a oscilar ao redor de outra reta com inclinação diferente da primeira. Para torná-la estacionária se faz necessária a tomada da segunda diferença.

A escolha do modelo a ser utilizado é realizada com base, principalmente nos gráficos de autocorrelações e autocorrelações parciais estimadas, que como se espera representem satisfatoriamente as respectivas quantidades teóricas.

No processo de identificação são realizadas a determinação dos valores que determinam o modelo ARIMA  $(p, d, q)$  a ser utilizado, a saber  $p$ ,  $d$  e  $q$ , bem como as estimativas preliminares dos parâmetros que serão utilizados no processo de estimação.

O procedimento de identificação pode ser dividido em três etapas sendo cada uma a definição de um parâmetro do modelo:

- (c) Verificar a necessidade de realizar uma transformação preliminar na série com o intuito de estabilizar sua variância. Em séries econômicas é comum a realização da transformação logarítmica, porém sua realização deve ser analisada quanto a necessidade. A identificação da melhor transformação pode ser efetuada com auxílio de gráficos.
- (d) Tomar diferenças a fim de obter uma série estacionária de modo a considerar uma modelo ARMA $(p, q)$  da série diferenciada tendo  $d$  diferenças da série original. O número de diferenças a serem tomadas é obtido quando a *fac* amostral de  $W_t$  decresce rapidamente para zero.
- (e) Identificar o processo ARMA $(p, q)$  para a série diferenciada, através de autocorrelações e autocorrelações parciais estimadas, cujos comportamentos devem imitar o comportamento da série teórica.

A Tabela 1 representa sucintamente as características úteis para a identificação do modelo adequado para a utilização.

**Tabela 3 – Comportamento das fac ( $\rho_k$ ) e facp ( $\theta_{kk}$ ) de um processo ARIMA(p, d, q) – Fonte: MORETTIN E TOLOI (2004)**

Ordem	(1, d, 0)	(0, d, 1)
Comportamento de $\rho_k$	decai exponencialmente	somente $\rho_1 \neq 0$
Comportamento de $\phi_{kk}$	somente $\phi_k \neq 0$	decaimento exponencial dominante
estimativas iniciais	$\phi = \rho_1$	$\rho_1 = -\theta/(1 + \theta^2)$
região de admissibilidade	$-1 < \phi < 1$	$-1 < \theta < 1$
Ordem	(2, d, 0)	(0, d, 2)
Comportamento de $\rho_k$	mistura de exponenciais ou ondas senóides amortecidas	somente $\rho_1 \neq 0$ e $\rho_2 \neq 0$
Comportamento de $\phi_{kk}$	somente $\phi_{11} \neq 0$ e $\phi_{22} \neq 0$	dominada por mistura de exponenciais ou senóides amortecidas
estimativas iniciais	$\left[ \begin{array}{l} \phi_1 = \rho_1(1 - \rho_2)/(1 - \rho_1^2) \\ \phi_2 = \rho_2(\rho_2 - \rho_1^2)/(1 - \rho_1^2) \end{array} \right.$	$\left[ \begin{array}{l} \rho_1 = -\theta_1(1 - \theta_2)/(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2) \\ \rho_2 = -\theta_2/(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2) \end{array} \right.$
região de admissibilidade	$\left[ \begin{array}{l} -1 < \phi_2 < 1 \\ \phi_2 - \phi_1 < 1 \\ \phi_2 + \phi_1 < 1 \end{array} \right.$	$\left[ \begin{array}{l} -1 < \theta_2 < 1 \\ \theta_2 - \theta_1 < 1 \\ \theta_2 + \theta_1 < 1 \end{array} \right.$
Ordem	(1, d, 1)	
Comportamento de $\rho_k$	decai exponencialmente após o lag 1	
Comportamento de $\theta_k$	dominada por decaimento exponencial pós o lag 1	
estimativas iniciais	$\left[ \begin{array}{l} \rho_1 = (1 - \phi\theta)(\phi - \theta)/(1 + \theta^2 - 2\phi\theta) \\ \rho_2 = \rho_1\phi \end{array} \right.$	
região de admissibilidade	$\left[ \begin{array}{l} -1 < \phi < 1 \\ -1 < \theta < 1 \end{array} \right.$	

# ***PROPOSTA DE MODELAGEM***

---

### **3 PROPOSTA DE MODELAGEM**

Neste capítulo do trabalho será apresentada a construção do modelo proposto com a aplicação dos conceitos apresentados no Capítulo 2.

A proposta de modelagem consiste no estudo de uma ferramenta que relacione as variáveis que sintetizem o comportamento do mercado, com o intuito de apresentar matematicamente a função que resume a evolução dos movimentos futuros dos ativos estudados com as variáveis explicadoras, servindo como uma ferramenta de entendimento dos fatores que influenciam diretamente no comportamento dos preços do ativo.

Sendo assim o modelo proposto parte da aplicação dos conceitos apresentados na revisão bibliográfica discutida no capítulo anterior, a saber, os princípios da modelagem de regressão e séries temporais, sendo que a função

proposta para posteriormente proporcionar ferramentas para as análises futuras pode ser resumidamente ser descrita como segue:

$$w_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i w_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-j} + \sum_{k=1}^l \beta_k x_k + \varepsilon_t$$

Onde:

$$w_t = \Delta^d y_t$$

Sendo que:

- $y$  é a variável dependente do modelo, ou seja, o ativo em estudo;
- $\varphi_i$  são os coeficientes correspondentes ao modelo autorregressivo – AR( $p$ );
- $\theta_j$  são os coeficientes correspondentes ao modelo de médias móveis – MA( $q$ );
- $\beta_k$  são os coeficientes correspondentes ao modelo de regressão;
- $x_k$  são as variáveis independentes, ou seja, explicativas do modelo.

### 3.1 SELEÇÃO DOS ATIVOS ESTUDADOS

Para a elaboração do modelo e a realização das análises propostas para este trabalho foram selecionados alguns ativos para expor a metodologia empregada. Os ativos selecionados para apresentar o método estão listados abaixo, sendo que todos são negociados na BOVESPA – Bolsa de Valores de São Paulo – seguidos das Figuras 11-13 as quais representam a evolução das séries dos preços dos respectivos ativos, dentro do período selecionado para análise (entre 31/12/2004 a 19/9/2008) e com periodicidade semanal.

## I. PETR4 – Petróleo Brasileiro S.A. (Petrobrás)

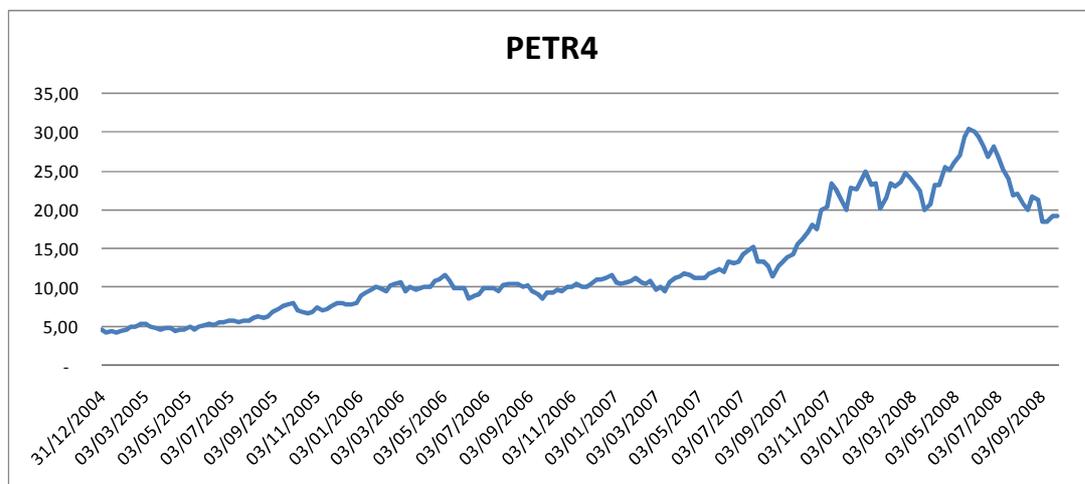


Figura 11 - Evolução dos preços do ativo PETR4.

## II. BBDC4 – Banco Bradesco S.A.

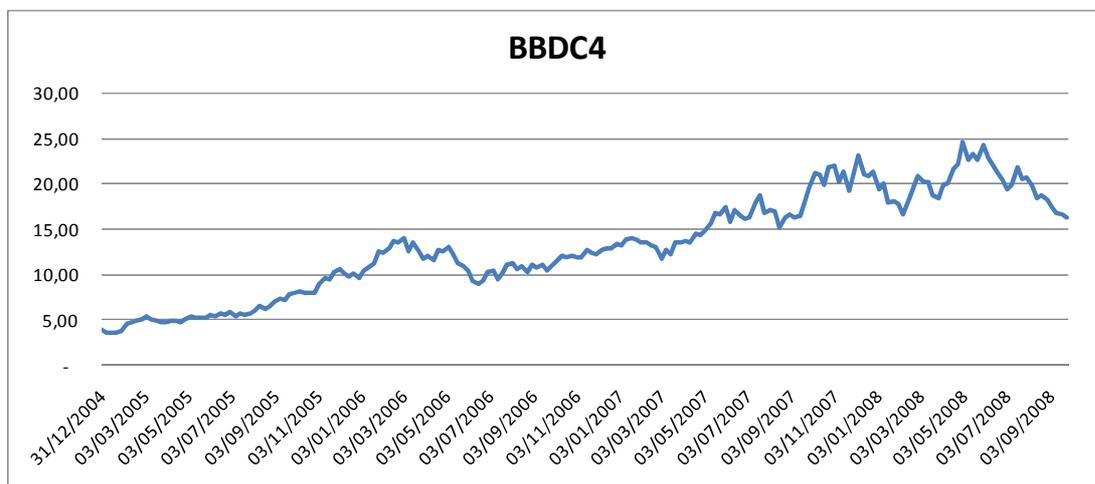
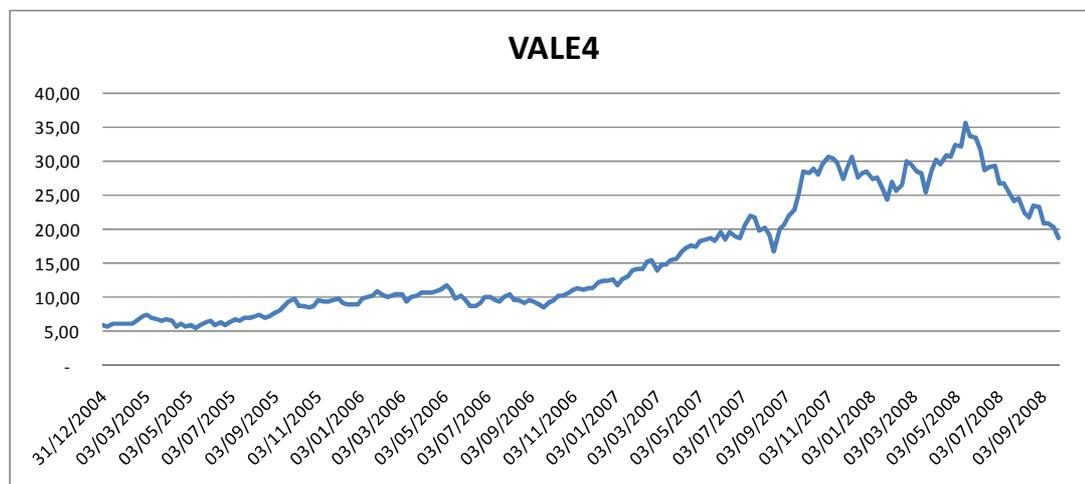


Figura 12 - Evolução dos preços do ativo BBDC4.

## III. VALE5 – Cia. Vale do Rio Doce (Vale)

**Figura 13 - Evolução dos preços do ativo VALE5**

Quando da seleção dos ativos que comporiam as análises, foram adotados alguns critérios para sua definição, tais como volume negociado, liquidez, entre outros. A descrição de tais critérios está exposta detalhadamente a seguir:

*Liquidez* – Foram considerados ativos com alta liquidez, o que facilita a análises das séries de preços, uma vez que ativos com baixa liquidez acarretam dificuldades na obtenção de dados, visto que teriam períodos sem dados suficientes, uma vez que não houve negociação.

*Volume* – Foram considerados ativos com alto volume de negociação, tanto para garantir a liquidez quanto para justificar sua importância de análise.

*Setor* – Foram selecionados ativos de diferentes setores econômicos, a fim de abordar diferentes áreas.

*Início de negociação* – Os ativos selecionados foram negociados desde 2004, a fim de obter um volume de dados suficientes para a realização das análises.

### 3.2 SELEÇÃO DAS VARIÁVEIS

As ações representam as respectivas empresas envolvidas, de forma que quando um investidor compra uma ação de uma empresa, está diretamente comprando uma fração do capital desta empresa, passando, portanto a ser um sócio desta empresa. Neste sentido, a flutuação dos preços das ações das empresas reflete a situação da empresa frente às condições ambientais em que esta empresa está inserida.

Com este pensamento a idéia de utilizar, neste trabalho, uma metodologia de análise calcada em indicadores que representem estes fatores de risco em que a empresa está sendo afetada, tem o intuito de identificar a sensibilidade dos ativos das empresas em relação às flutuações dos fatores de risco às quais as empresas estão inseridas. Assim, as variáveis selecionadas objetivam sintetizar estes fatores de risco por meio de indicadores que procuram expressar este ambiente das empresas.

Para tanto foram selecionados variáveis tais como índices de Bolsas, *commodities*, taxas de juros etc. Os fatores foram selecionados de forma a englobar todos os ativos selecionados, sendo posteriormente analisada a pertinência de cada fator no modelo final. Abaixo serão apresentadas as variáveis selecionadas para o processo de análise sendo que para uma melhor exposição, estas serão estratificadas em quatro grandes grupos, a saber, Índices de Ações, *Commodities*, Moedas e Taxas de Juros.

Para que fosse possível uma comparação entre as variáveis bem como uma análise adequada das relações entre as variáveis e os ativos estudados, foi realizada uma unificação das unidades, ou seja, todas as variáveis citadas estão no processo de modelagem estão expressas em uma única moeda, sendo que a moeda selecionada para a unificação dos preços o Dólar Americano.

Esta abordagem considera uma análise do ativo da perspectiva de um investidor americano, lembrando que se o modelo proposto não tem o intuito de analisar empresas e sim ativos e seu retorno para o investidor. Cabe esclarecer

poderia ter adotado qualquer outra moeda, porém foi utilizada uma moeda estrangeira para apresentar alguns efeitos do câmbio no processo de análise de ativos quando da análise de ativos por um investidor de outro país, visto que a bolsa brasileira, comparada à outras emergentes, é barata, e isso é bastante atrativo para o estrangeiro.

Abaixo na apresentação das variáveis, quando inserido o mnemônico em parênteses este significa o nome utilizado nas saídas do programa, quando da análise do modelo, mais adiante, para os outros casos foram utilizados os próprios nomes apresentados.

### 3.2.1 Índices de Ações

Índices de ações são importantes pois sintetizam algumas características do mercado, resumem algum comportamento observado. Muitas vezes trazem informações sobre as tendências de todo um setor da economia ou do comportamento de um conjunto de ativos, ou seja, conseguem expressar em um número, uma grande quantidade de informações. A seguir alguns índices utilizados:

*Hang Seng Index (HSI)* – Índice calculado a partir da média ponderada dos ativos das maiores empresas da Bolsa de Valores de Hong Kong. É o principal indicador do desempenho em Hong Kong.

*NASDAQ 100 Stock Index (NDX)* – Índice que reúne os preços das 100 maiores empresas listadas no Nasdaq Stock Market. Este indicador reflete o crescimento das empresas em vários setores econômicos, com exceção do financeiro.

*S&P 500 Index – Standard And Poor's 500 Index (SPX)* – Indicador calculado a partir de uma média ponderada de 500 ativos. Este índice reflete o desempenho o desempenho das grandes empresas, bem como mudanças na economia.

### 3.2.2 *Commodities*

As *commodities* representam, em alguns casos, os principais produtos das empresas, ou em outros, principais insumos, logo sua análise é de grande valia para o processo de análise dos ativos, visto que de uma forma ou de outra, impacta tanto nos custos quanto nos lucros das empresas.

***Reuters/Jefferies CRB IX (CRY)*** – Índice de *commodities*, calculado como a média aritmética dos preços futuros de algumas das principais *commodities* do mercado, agregando-as em seis grupos principais: Grãos, *Soft Commodities*, Industriais, Energia, Gado e Metais Preciosos.

***Petróleo*** – Importante insumo para diversas empresas, bem como principal fonte de receita para a Petrobrás, cujo ativo correspondente, a PETR4, será foco da análise.

***Cobre*** – Outro produto importante de empresas mineradoras como a Vale (VALE5), sendo da mesma forma importante sua inclusão no processo de análise.

***Gás Natural*** – Um dos produtos da empresa Petrobrás e também muito utilizado como insumo para outras empresas. Também insumo para diversas empresas do mercado brasileiro.

***Soja*** – Importante produto de exportação de empresas no Brasil, quanto às empresas estudadas, foi selecionada, a fim de estudar a ocorrência de relações não esperadas ou simplesmente avaliar a capacidade do modelo em selecionar as variáveis significantes.

### 3.2.3 *Moedas*

A grande maioria das empresas negociadas em Bolsa apresenta forte contato comercial com o mercado externo, seja como importadores ou exportadores. Desta

forma, o câmbio entre as moedas estrangeiras representa um risco sempre presente no ambiente natural das empresas.

**Real** – Todos os preços dos ativos selecionados para a análise, bem como das variáveis identificadas para estudo das correlações estão expressos Dólar. Desta forma, é importante identificar a correlação dos ativos com o a valorização/desvalorização da moeda brasileira em relação ao Dólar, sendo assim, foi incluído no estudo o preço do Real expresso em Dólares.

**Euro** – Devido à grande característica exportadora da maioria das empresas selecionadas para o estudo, também para o mercado europeu, vale a pena incluir na análise o valor do Euro (moeda única para os países da União Européia), expresso em Dólares.

### 3.2.4 Taxas de juros

**Treasuries (T2 e T10)** – Esta variável referente ao governo americano, reflete a taxa de juros exercida pelos títulos emitidos pelo tesouro americano. Serão estudados neste trabalho as taxa referentes a Títulos de 2 anos e 10 anos.

**Credit Default Swap (CDS1 e CDS10)** – É uma taxa adicional à *treasure* que um país tem de pagar para toma crédito no exterior, reflete o risco de crédito do país, negociados em função do prêmio expresso em *basis points*<sup>1</sup>. Aquele que tem posse de um contrato CDS possui o direito de receber um valor financeiro caso ocorra *default* do emissor da dívida referenciada no contato. Serão estudados neste trabalho as taxas para 1 e 10 anos.

**LIBOR (London Interbank Offered Rate)** – A Libor de 3 Meses, utilizada no trabalho, fixada diariamente às 11h (horário de Londres), é um derivado das cotações fornecidas pelos bancos determinados pela *British Bankers' Association*. Reflete a taxa preferencial de juros oferecida para grandes empréstimos entre os bancos internacionais que operam com eurodólares para um período de 3 meses.

---

<sup>1</sup> Pontos Base: 100 bps, ou *basis points* equivalém a 1%.

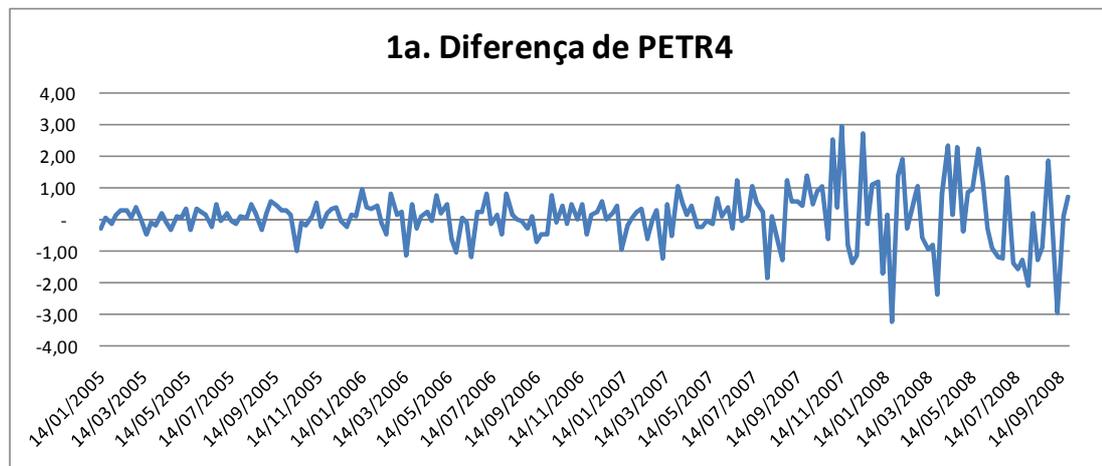
### **3.3 APRESENTAÇÃO DA PROPOSTA DE MODELAGEM**

A fim de obter uma apresentação mais didática, será apresentada detalhadamente a construção do modelo a partir do exemplo do ativo PETR4 (da empresa Petrobrás), sendo as etapas de construção aplicadas semelhantemente em os outros ativos, cujos resultados serão apresentados e analisados, conjuntamente ao ativo apresentado na descrição da metodologia. (Posteriormente no próximo Capítulo).

Para a análise das séries em vez de se analisar diretamente a série dos preços dos ativos, foi adotada a utilização dos retornos percentuais das séries, ou seja, foram utilizadas as variações percentuais das séries entre as observações, sendo estes representam as flutuações semanais, tanto dos ativos estudados quanto das variáveis selecionadas para o modelo.

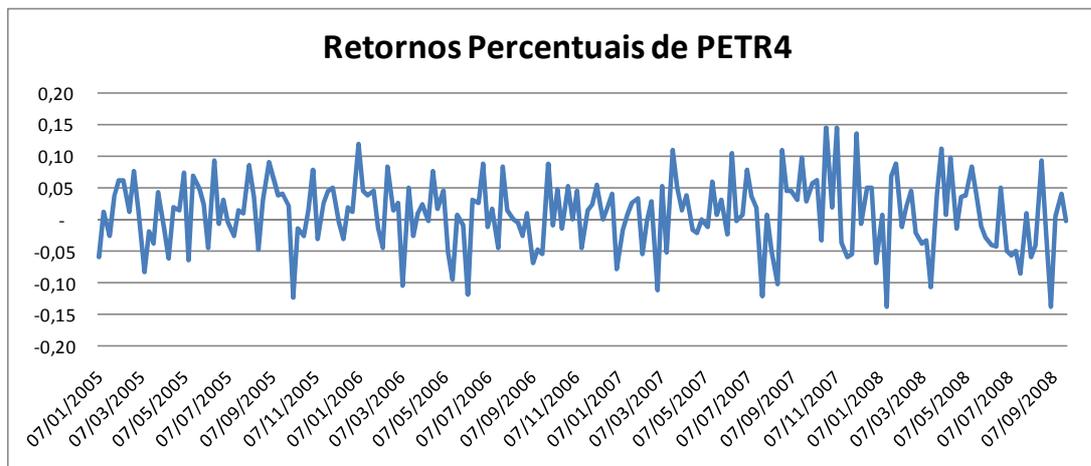
Esta abordagem foi utilizada, a fim de estudar diretamente a variação dos ativos frente às oscilações das variáveis explicativas que foram adotadas no modelo, assim era possível, a partir dos retornos percentuais avaliar a sensibilidade de cada oscilação semanal da série frente às oscilações das variáveis explicativas utilizadas no processo de modelagem.

Esta proposta também permitiu reduzir alguns problemas encontrados quando da análise dos valores originais da série. Um problema encontrado foi a grande diferença de escala observada entre as diferentes séries, bem como dentro de uma mesma série, visto que quando observam-se os últimos valores, estes se apresentam muito maiores que seus valores iniciais da série. Isto provoca flutuações maiores nos preços, o que indica um aumento de variância ao longo da série, dificultando-se a obtenção de uma série estacionária a partir da tomada de diferenças, prejudicando tanto a análises dos modelos de regressão quanto do modelo de séries temporais. Este problema pode ser observado na Figura 14.



**Figura 14 - Primeiras diferenças de PETR4**

Neste sentido, a proposta a análise dos retornos percentuais dos ativos, bem como das variáveis explicativas reduziria tanto o problema das diferentes escalas entre as séries, bem como o aumento de variância observado anteriormente ao longo das séries analisadas, sendo que ao longo das observações os retornos se apresentam proporcionais aos valores do ativo ou da variável no instante da observação, o que garante a manutenção da volatilidade ao longo da série e maior facilidade em se obter uma série estacionária a partir da tomada de diferenças, como será visto mais adiante. Sendo assim é apresentada nas Figuras 14 (Acima) e 15 as séries das diferenças simples e dos retornos percentuais do ativo PETR4, respectivamente, a fim de verificar a redução do crescimento da volatilidade ao longo da série graficamente.



**Figura 15 - Retornos percentuais de PETR4**

Após ter sido definida a abordagem de análise a partir dos retornos percentuais das séries, uma etapa importante para o desenvolvimento do modelo é a análise das correlações entre os retornos das variáveis com os retornos do ativo, de forma a permitir posteriormente, após ter sido realizada a regressão, questionar a pertinência das variáveis que permaneceram no modelo, bem como os sinais dos coeficientes destas variáveis no modelo final, a fim de identificar incoerências, bem como validar coeficientes que trazem consigo significado prático.

Sendo assim, daqui em diante sempre que o texto referir-se a série dos ativos entenda-se a série dos retornos percentuais dos ativos, como definido anteriormente sua utilização.

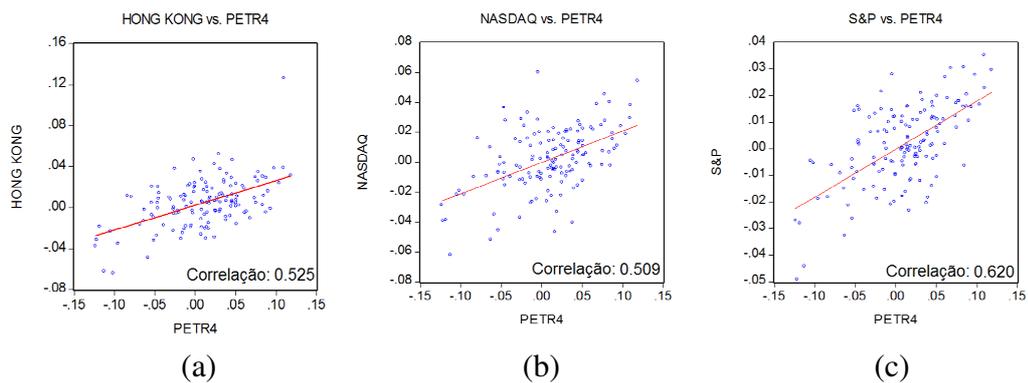
Seguindo a ordem apresentada quando da definição das variáveis selecionadas, variáveis estas cujas definições foram apresentadas anteriormente na Seção 3.2.

### **3.4 ESTUDO DAS CORRELAÇÕES**

Assim como na apresentação das variáveis selecionadas para a análise dos ativos, o estudo das correlações terá sua exposição estratificada seguindo os mesmos grupos apresentados anteriormente, a saber, Índices, Commodities, Moedas e Taxas de Juros.

### 3.4.1 Índices de Ações

A Figura 16 inicia das correlações entre os ativos do estudo a partir da análise das variáveis descritas como Índices de Ações, que apresenta os gráficos de dispersão de tais variáveis frente ao ativo PETR4.



**Figura 16 - Dispersão Índices de Ações vs. PETR4**

Analisando os gráficos de dispersão das variáveis, é possível observar alguns aspectos importantes. Estes aspectos são apresentados a seguir. (As letras referem-se às letras da Figura 16).

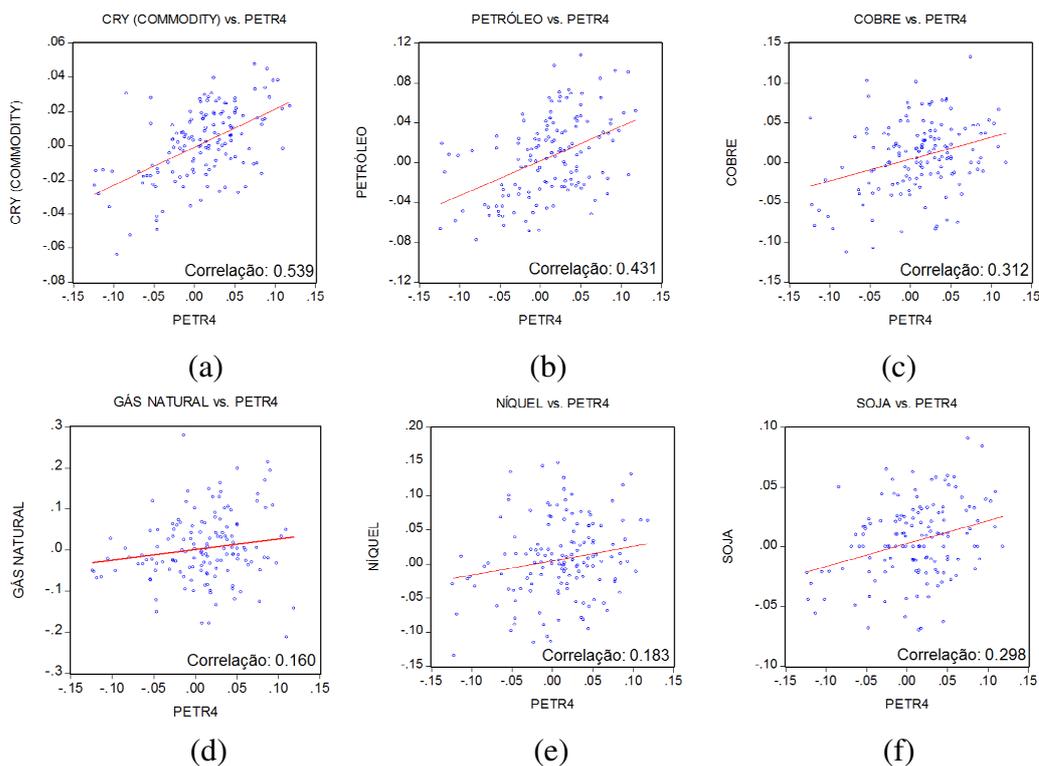
(a) A Figura 16 apresenta mostra uma correlação também positiva do indicador asiático, porém de baixa intensidade. Isto mostra que o mercado asiático apresenta certa interferência nos movimentos do ativo da empresa, dada a forte globalização do mercado financeiro atual em que movimentos da economia no mundo afetam todos os mercados.

(b) O índice da bolsa de Nasdaq sintetiza a evolução de vários setores da economia, visto que representa uma média de vários preços de ativos. Porém a Figura 16 mostra uma correlação positiva relativamente baixa entre as variações do ativo frente às oscilações do indicador, independente da reta apresentada ter inclinação positiva, observa-se uma dispersão relativamente alta entre as duas séries.

(c) A observação da correlação entre o ativo estudado e o indicador S&P observa-se uma correlação positiva relativamente alta entre as variações do indicador apresentado e o retorno do ativo estudado.

### 3.4.2 *Commodities*

Em seguida o estudo das correlações se estende para a análise de algumas *commodities*, sendo assim a Figura 17 apresenta os gráficos de dispersão destas variáveis frente ao ativo PETR4. Em seguida são apresentados alguns comentários acerca das observações dos gráficos.



**Figura 17 - Dispersão *Commodities* vs PETR4**

A partir de então, será estudado a correlação com algumas das principais commodities, a fim de estudar algum impacto destas para com a PETR4, bem como identificar a não interferência destas nos retornos do ativo.

(a) Quando comparados os retornos do ativo com a variação do indicador de commodities CRY, podemos observar certa correlação entre as duas séries de observações, fato que mostra relativa coerência, visto que a principal produto da empresa estudada é um produto pertencente a categoria de *commodity*, sendo assim, dada uma oscilação dos preços das *commodities* em geral, espera-se uma oscilação, no mesmo sentido dos lucros da empresa, sendo portanto, refletido no preços dos ativos desta empresa.

(b) A relação do ativo PETR4 com os preços do petróleo apresentam, como pode ser observado na Figura 17 uma correlação positiva. Isto vem ao encontro do que se era esperado, dado que é o principal produto da empresa, sendo que por se tratar de uma *commodity*, os movimentos dos preços do petróleo impactam diretamente sobre os lucros da empresa, que por sua vez é repassado para os preços das ações negociadas em bolsa.

(c) A Figura 17 apresenta a correlação com os retornos dos preços do cobre. Vemos que a correlação obtida é positiva, apesar de não ser esperada alguma correlação deste tipo com o ativo em estudo, a PETR4. Isto pode de alguma forma ser justificado pelo fato de os preços das *commodities* em geral serem afetados pelos preços do petróleo, ou simplesmente energia, podendo ser observado neste caso um viés causado pelas distorções advindas do problema de causa e efeito. Não seria o preço do cobre que afetaria os lucros da empresa Petrobrás, mas sim o preço do petróleo que afetaria tanto o preço da *commodity* quanto os lucros e conseqüentemente, os preços do ativo PETR4.

(d) Quanto à correlação do ativo com o Níquel é esperado uma baixa correlação, porém da mesma forma que o cobre, descrito acima, a correlação apresenta um valor levemente positivo, causado, possivelmente pelos mesmos motivos apresentados anteriormente.

(e) Com relação ao Gás Natural, a Figura 17 mostra uma baixíssima correlação entre as séries, fato que não era esperado, visto que este também é um produto da empresa analisada e era previsto uma correlação mais forte desta

*commodity* com as oscilações dos preços do ativo, fato que não foi confirmado com o estudo realizado. Porém se analisado os relatórios referentes ao terceiro trimestre de 2008, podemos justificar esta baixa correlação, se observado a baixa importância da produção de gás natural para os lucros da empresa, visto que a receita advinda do petróleo é muito mais importante para a empresa sendo cerca de 14 vezes maior que a de gás natural. A empresa importa boa parte do gás natural da Bolívia, figurando este também nos custos da empresa. Sendo assim, os impactos dos preços do gás natural sobre as oscilações dos preços do ativo da empresa são realmente baixos de forma coerente com o observado no gráfico.

(f) A próxima *commodity* a ser analisada é a soja, que não apresenta significado prático para a empresa analisada visto que não possui relação com o negócio da empresa. Esta não relação pôde ser confirmada com a análise de correlação entre as duas séries que, conforme o gráfico que apresenta baixa correlação com o ativo estudado.

### 3.4.3 Moedas

Por se tratar de uma empresa com grande mercado externo, é importante estudar o comportamento do ativo frente a moedas estrangeiras, de modo a identificar a sensibilidade dos retornos do ativo frente a oscilações do câmbio com moedas de outros países.

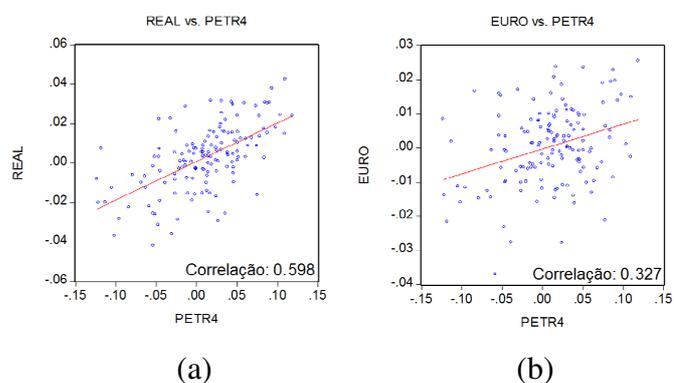
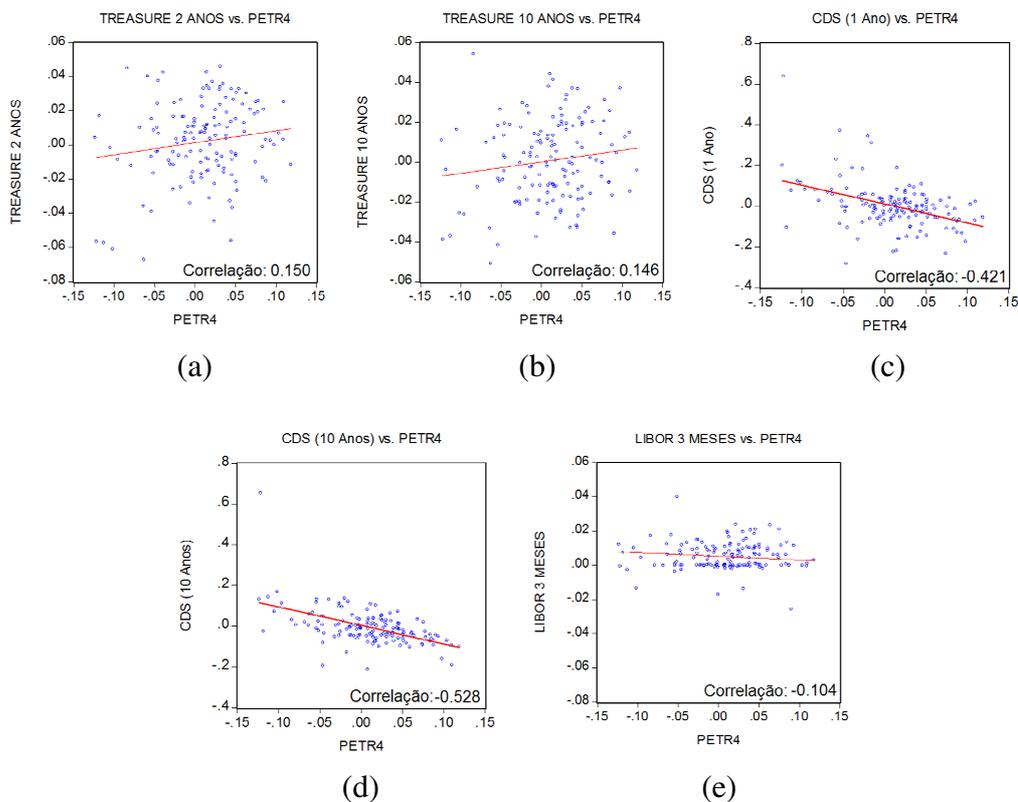


Figura 18 - Dispersão Moedas vs PETR4

(a) Sendo assim é importante estudar como a relação com a moeda brasileira impacta sobre os retornos do ativo PETR4. A Figura 18 mostra uma correlação positiva entre a valorização do Real frente ao Dólar e os retornos do ativo estudado. O coeficiente positivo indica que para o investidor estrangeiro (lembrando que todas as variáveis estão expressas em Dólares) o câmbio representa um risco maior que a sensibilidade dos lucros da empresa refletidos no preço do ativo negociado, isto é, uma variação negativa do real (desvalorização), de modo simplificado, não considerando outros fatores econômicos, afetaria de modo positivo, visto que a empresa tem seu principal ativo negociado em dólares, implicando num aumento de receita em reais, porém para o investidor estrangeiro que aplica em ativos da Petrobrás, isso representaria uma perda visto que o ativo da empresa valeria menos em dólares. A Figura apresenta esta desvantagem para o investidor, uma vez que apresenta uma correlação positiva com a moeda brasileira.

(b) Em comparação com outra moeda estrangeira, agora o Euro, também expresso em dólares, notamos ao observar a Figura 18, uma correlação positiva entre as oscilações da moeda européia frente ao dólar e os retornos do ativo PETR4, porém de intensidade menor que ao comparado com o dólar, mostrando uma sensibilidade maior à moeda americana que a européia.

#### 3.4.4 Taxas de Juros



**Figura 19 - Dispersão Títulos do Governo Americano vs PETR4**

(a) Quanto à *Treasure* para o período de 2 anos, a correlação com o ativo PETR4 apresenta um valor positivo, porém de baixa intensidade, isso indica pouca interferência desta taxa sobre os retornos do ativo estudado.

(b) Para a *Treasure* referente a um período de 10 anos o comportamento em relação ao ativo PETR4 se apresenta de maneira semelhante ao exposto para o período de 2 anos, com uma correlação positiva de baixa intensidade.

(c) A correlação apresentada pelo *Credit Default Swap* apresentada na Figura 19 mostra uma baixa intensidade com o ativo estudado, mostrando-se relacionado com o ativo em questão.

(d) Para um período de 10 anos o CDS também, semelhantemente ao apresentado para um período de 1 ano, apresenta baixa correlação com o ativo PETR4.

(e) A correlação entre o ativo PETR4 e a taxa Libor apresentada anteriormente e ilustrada na Figura 19 reflete uma baixa correlação entre as duas séries, isto indica que as flutuações da taxa não impactam em oscilações no ativo estudado, indicando baixa interação. É pouco provável que esta variável venha a incorporar o modelo final.

A seguir é apresentado o processo de modelagem propriamente dito, sendo que sua apresentação será baseada em algumas etapas: primeiramente será realizada a modelagem de regressão linear múltipla a partir do ativo PETR4, sendo que em seguida, sobre os resíduos desta regressão, será aplicada a modelagem de séries temporais utilizando um modelo ARIMA(p, d, q). A segunda abordagem realiza primeiramente a aplicação de um modelo ARIMA(p, d, q), em seguida sobre os resíduos obtidos desta proposta será realizado uma regressão utilizando-se as variáveis descritas anteriormente. A terceira abordagem consiste na aplicação dos modelos de regressão múltipla e de séries temporais simultaneamente.

### **3.5 APLICAÇÃO PRIMEIRAMENTE DO MODELO DE REGRESSÃO**

Primeiramente, a proposta para a obtenção da função descrita acima foi a realização preliminar da regressão, com o intuito de obter um função que explique o movimento do ativo estudado a partir da evolução das variáveis explicativas. A partir dos resíduos desta função, far-se-ia, então, um modelo ARMA(p, q), a fim de remover a correlação interna dos resíduos.

Após ter sido analisado separadamente a correlação de cada variável frente aos retornos do ativo estudado, foi realizada a regressão a fim de resumir as interferências das variáveis selecionadas em relação ao ativo. A princípio foram inseridas no processo de regressão todas as variáveis acima, mesmo que suas correlações sejam ruins. O objetivo era testar se, aplicando o *backward*, apresentado anteriormente, o modelo seria capaz de selecionar as variáveis pertinentes para o processo.

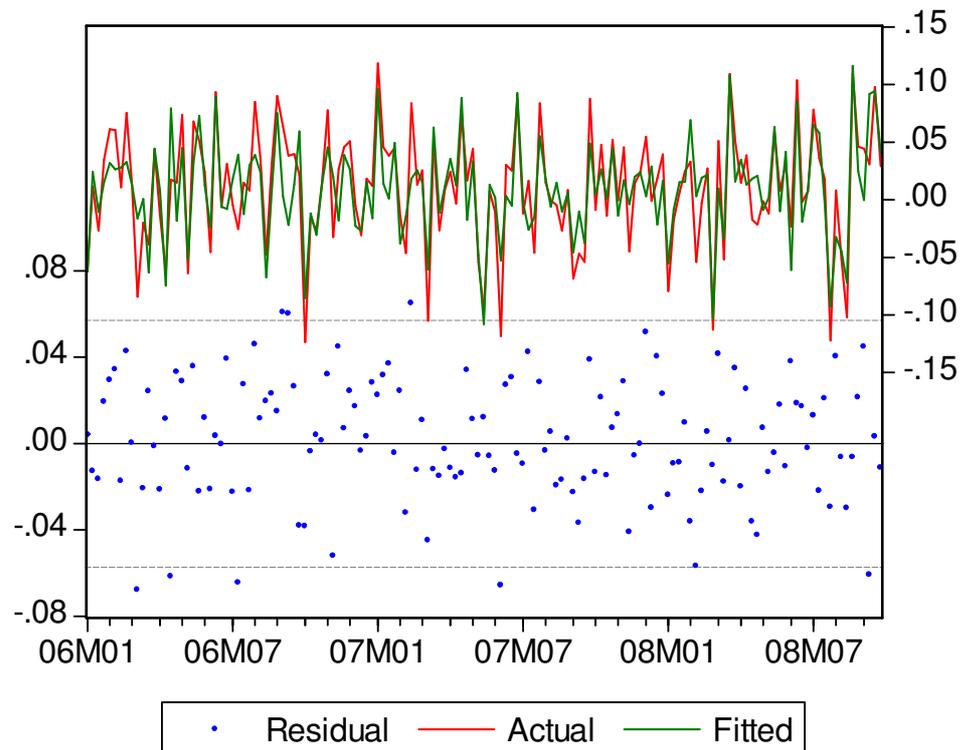
Sendo assim, a tabela abaixo representa a saída do programa *Eviews*, utilizado para a realização do processo de regressão, bem como as análises de séries temporais, estas que serão definidas e apresentadas posteriormente. Os dados referem-se somente ao processo de regressão.

**Tabela 4 - Saídas do *software Eviews* para o modelo de regressão de PETR4**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
REAL	0.841905	0.173186	4.861270	0.0000
PETROLEO	0.264965	0.089692	2.954177	0.0037
CRY	0.518243	0.181069	2.862137	0.0049
HSI	0.444876	0.118769	3.745716	0.0003
SPX	1.208413	0.195624	6.177232	0.0000
R-squared	0.691192	Mean dependent var		0.010147
Adjusted R-squared	0.682242	S.D. dependent var		0.050653
S.E. of regression	0.028553	Akaike info criterion		-4.239757
Sum squared resid	0.112509	Schwarz criterion		-4.136161
Log likelihood	308.1426	Durbin-Watson stat		2.196956

Vale ressaltar que, para a realização do *backward*, foi considerado um nível de significância de 10% para determinar o ponto de parada para o algoritmo, ou seja, enquanto estivessem variáveis com a coluna “*Prob.*” maior que 10% o processo removeria-se a variável com maior valor para este fator. Para todos os outros casos em que for aplicado o método *backward* foi utilizado o mesmo critério apresentado.

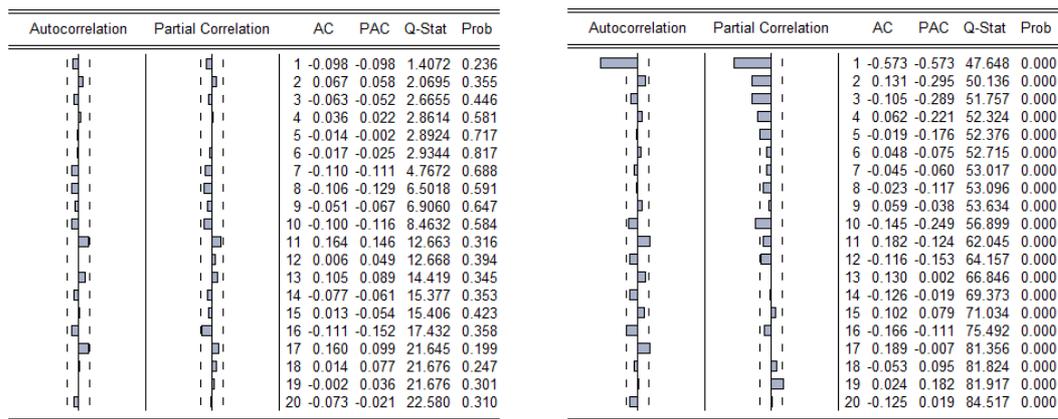
A Figura 20 mostra a comparação entre o modelo proposto parcial somente com o processo de regressão a partir das variáveis selecionadas e mantidas após a aplicação do método *backward*. A Figura apresenta a série real, a estimada e os resíduos obtidos da comparação entre estas.



**Figura 20 - Séries real, estimada e residual para o modelo de regressão sobre o ativo PETR4**

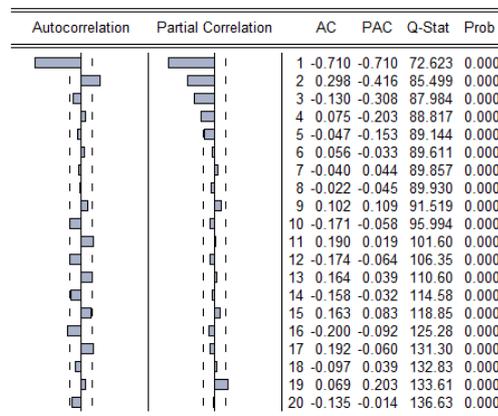
A partir da obtenção dos resíduos do modelo de regressão foi realizada uma análise das autocorrelações destes resíduos a fim de aplicar-se uma modelagem  $ARIMA(p, d, q)$ , a fim de reduzir os erros que puderem ser explicados por estas correlações internas dos resíduos, melhorando assim o modelo. O propósito desta abordagem seria reduzir os erros e validar o resultado obtido na regressão, visto que parte dos erros do modelo não seria por conta da não eficácia das variáveis na explicação das oscilações dos retornos dos ativos e poderiam ser melhorados com o estudo das autocorrelações dos resíduos.

Para tanto se faz necessário, neste momento, a análise da série dos resíduos a fim de avaliar a necessidade de se tomar diferenças, com o intuito de tornar a série estacionária, neste sentido é apresentado os gráficos de autocorrelações e autocorrelações parciais.



(a)

(b)



(c)

**Figura 21 - Autocorrelações e autocorrelações parciais para os resíduos da regressão, sendo (a) Original, (b) Primeiras diferenças e (c) Segundas diferenças**

A partir da observação da Figura 21, pode se notar em (a) que a série original dos resíduos não apresenta uma característica estacionária, sendo que a série que melhor representa uma série estacionária é a série das segundas diferenças, sendo, portanto, utilizada para a realização do modelo de séries temporais. A definição dos outros parâmetros do modelo pode ser realizada também com a Figura 21, onde se observa uma perda significativa das autocorrelações já a partir do quarto lag, e para as autocorrelações parciais pode se observar esta perda de significância a partir do sexto lag. Estas características indicam a utilização de um modelo ARIMA(3, 2, 5).

A tabela 5 apresenta a saída para o modelo ARIMA(3, 2, 5), aplicado sobre os resíduos da regressão. Foram removidos os parâmetros não significativos utilizando o método *backward*.

**Tabela 5 - Saídas do software Eviews para o modelo ARIMA(3, 2, 5) sobre os resíduos da regressão**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.496907	0.092388	-5.378504	0.0000
MA(1)	-1.355787	0.072914	-18.59444	0.0000
MA(2)	0.189262	0.103229	1.833409	0.0689
MA(5)	0.170816	0.041979	4.069099	0.0001
R-squared	0.832591	Mean dependent var		-0.000134
Adjusted R-squared	0.828898	S.D. dependent var		0.072917
S.E. of regression	0.030162	Akaike info criterion		-4.136339
Sum squared resid	0.123722	Schwarz criterion		-4.052292
Log likelihood	293.5437	Durbin-Watson stat		2.218971
Inverted AR Roots	-.50			
Inverted MA Roots	.97-.03i	.97+.03i	-.03+.59i	-.03-.59i
	-.53			

A Figura 22, por sua vez apresenta a comparação entre as séries estimada e real, bem como a apresentação dos resíduos do processo obtidos das diferenças entre as séries. Pela observação das séries pode se notar uma aderência razoável do modelo proposto em relação às séries das observações reais.

Utilizando-se a equação (30) podemos concluir que :

$$R^2 = 0.9273$$

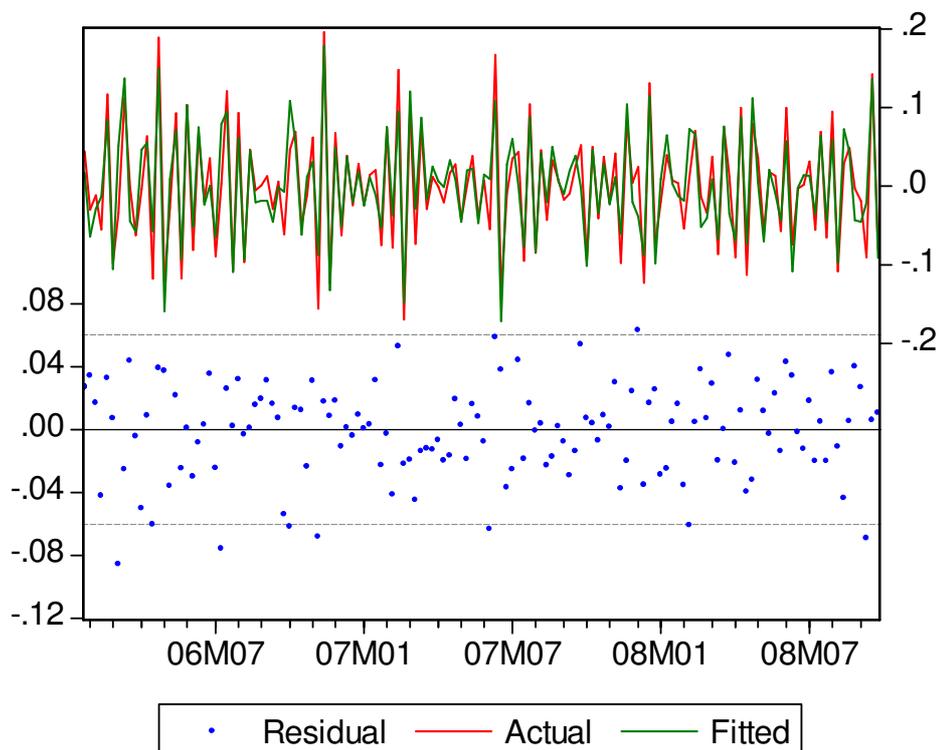


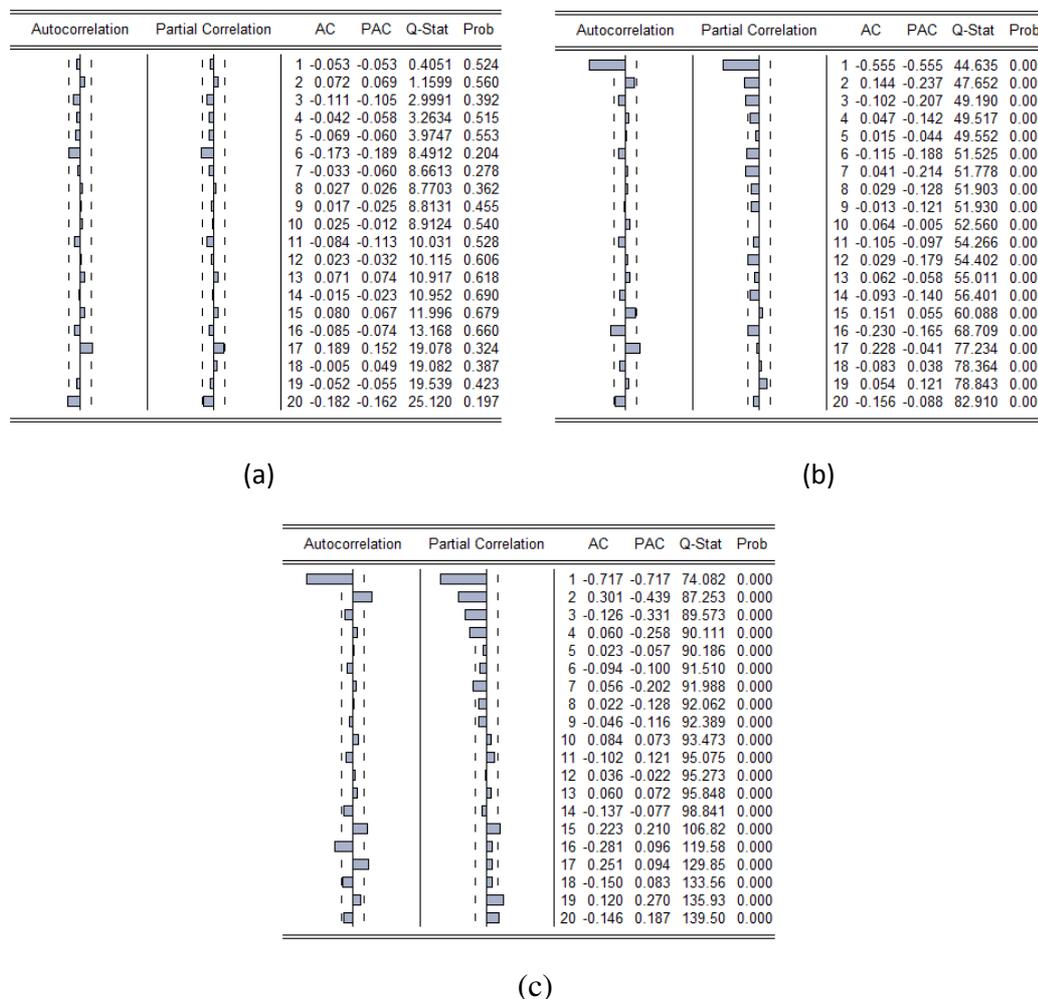
Figura 22 - Séries Real, Estimada e Residual para o modelo ARIMA(2, 5) sobre os resíduos da regressão

### 3.6 APLICAÇÃO PRIMEIRAMENTE DO MODELO DE SÉRIES TEMPORAIS

A segunda abordagem é a realização do processo de modelagem de séries temporais, com o intuito de verificar, primeiramente a parte que pode ser explicada através das autocorrelações da série. Posteriormente sobre os resíduos desta modelagem é realizado o processo de modelagem de regressão múltipla, a fim de verificar destes resíduos a fração que pode ser explicada pelas variáveis de mercado, uma vez que já se removeu a fração explicada pelas autocorrelações da série.

Antes de iniciar o processo de modelagem cabe o estudo das autocorrelações e autocorrelações parciais sobre a série dos retornos percentuais do ativo PETR4, série esta que está sendo foco do presente estudo. A Figura 23 apresenta

sinteticamente os gráficos para a série original, das primeiras diferenças e das segundas diferenças respectivamente, a fim de avaliar a necessidade de se tomar diferenças durante o processo de modelagem.

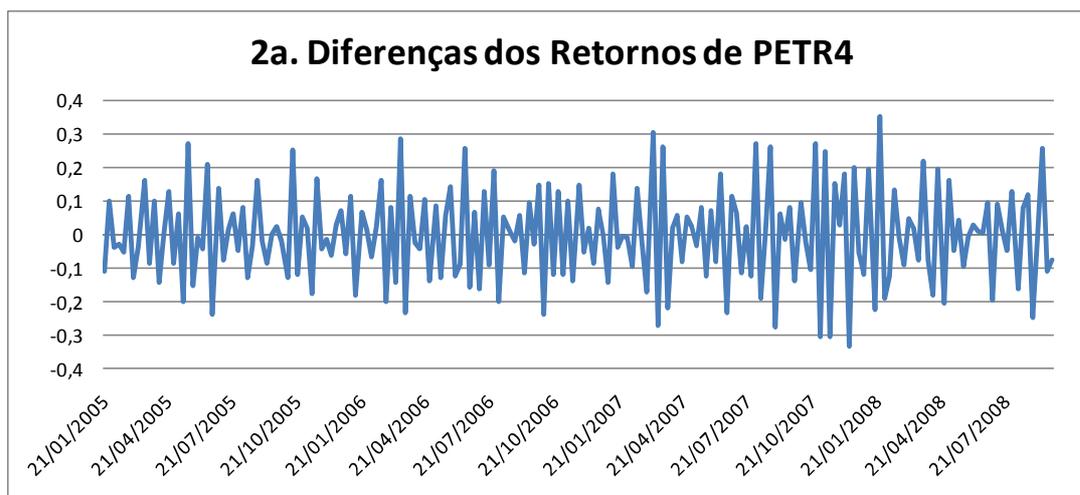


**Figura 23 - Autocorrelações e Autocorrelações Parciais para os retornos percentuais do ativo PETR4. Sendo a) Original, b) Primeira diferença e c) Segunda Diferença**

A observação das autocorrelações e autocorrelações parciais mostra que a série que melhor apresenta uma evolução estacionária, é a segunda diferença, visto ao decaimento rápido da função de autocorrelação. Apesar de o gráfico referente às primeiras diferenças apresentarem certa característica estacionária, a série referente às segundas diferenças apresenta características mais fortes desta estacionariedade, sendo, portanto, definida a abordagem com a utilização das segundas diferenças.

Novamente para a definição dos parâmetros restantes para o modelo  $ARIMA(p, q, d)$  deve ser observado a perda de significância das autocorrelações e autocorrelações parciais apresentadas na Figura 23. Assim, pode-se verificar uma perda de significância para as autocorrelações já no quinto nível, já para as autocorrelações parciais esta perda de significância pode ser observada no quinto nível. Sendo assim pode-se concluir que os parâmetros para a fração referente ao modelo de séries temporais do modelo são de um processo  $ARIMA(4, 2, 4)$ .

A Figura 24 apresenta a série das segundas diferenças dos retornos percentuais do ativo PETR4, sendo que é possível observar graficamente as características da estacionariedade da série, quando se pode notar a manutenção da variância ao longo da série e uma média em torno de zero.



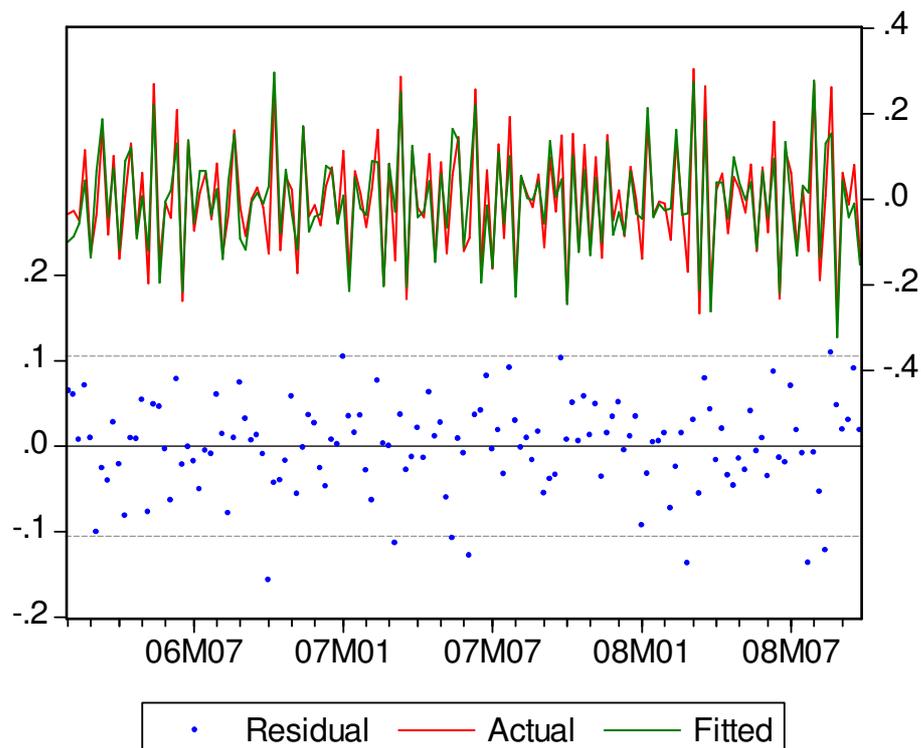
**Figura 24 - Segundas diferenças dos retornos percentuais de PETR4**

A Tabela 6 apresenta as saídas do *software E-views* para o modelo de séries temporais  $ARIMA(4, 2, 4)$  sobre o ativo PETR4, sobre os resíduos deste processo de modelagem é que será aplicado a modelagem de regressão linear múltipla.

**Tabela 6- Saídas do software E-Views para o modelo de séries temporais ARIMA(4, 2, 4) sobre o ativo PETR4**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.669236	0.083350	-8.029201	0.0000
AR(2)	-0.234661	0.082900	-2.830636	0.0054
MA(1)	-1.307064	0.006083	-214.8678	0.0000
MA(4)	0.330312	0.005640	58.56762	0.0000
R-squared	0.839413	Mean dependent var	-0.000936	
Adjusted R-squared	0.835845	S.D. dependent var	0.130117	
S.E. of regression	0.052718	Akaike info criterion	-3.019350	
Sum squared resid	0.375196	Schwarz criterion	-2.934905	
Log likelihood	213.8448	Durbin-Watson stat	1.983120	
Inverted AR Roots	-.33+.35i	-.33-.35i		
Inverted MA Roots	.99+.11i	.99-.11i	-.33+.47i	-.33-.47i

A Figura 25 apresenta a comparação da série estimada frente aos valores reais da série com a utilização somente do modelo de séries temporais ARIMA(4, 2, 4) e já retirados os parâmetros não significativos.



**Figura 25 - Séries Real, Estimada e Residual para o modelo ARIMA(4, 2, 4) sobre o ativo PETR4**

Com posse dos resíduos deste modelo será realizado a modelagem de regressão múltipla a fim de explicar tais resíduos com a utilização das variáveis selecionadas para a realização do processo de modelagem e apresentadas anteriormente. A Tabela 7 apresenta as saídas para o modelo de regressão sobre os resíduos apresentados anteriormente antes de se aplicar o método *backward*, ou seja, com todas as variáveis.

**Tabela 7 - Saídas do software E-Views para o modelo de regressão múltipla sobre os resíduos**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(D(REAL))	-0.116661	0.155131	-0.752014	0.4535
D(D(MILHO))	-0.047526	0.056126	-0.846774	0.3988
D(D(CDS10))	-0.031519	0.042057	-0.749421	0.4551
D(D(CDS1))	0.006238	0.028853	0.216183	0.8292
D(D(PETROLEO))	0.070316	0.080062	0.878271	0.3815
D(D(CRY))	-0.011716	0.235023	-0.049850	0.9603
D(D(EURO))	-0.290879	0.193290	-1.504883	0.1350
D(D(OURO))	0.223612	0.114984	1.944719	0.0541
D(D(T10))	0.266065	0.186921	1.423408	0.1572
D(D(T2))	-0.323154	0.169016	-1.911968	0.0582
D(D(COBRE))	-0.019257	0.062093	-0.310123	0.7570
D(D(HSI))	0.163988	0.104796	1.564828	0.1202
D(D(NIQUEL))	-0.010007	0.038606	-0.259209	0.7959
D(D(NDX))	0.185405	0.190651	0.972484	0.3327
D(D(GASNATURAL))	0.007858	0.027143	0.289522	0.7727
D(D(SOJA))	0.107035	0.085674	1.249329	0.2140
D(D(SPX))	0.055903	0.264611	0.211265	0.8330
D(D(LIBOR))	0.395419	0.240339	1.645259	0.1025
R-squared	0.218772	Mean dependent var		0.000137
Adjusted R-squared	0.109012	S.D. dependent var		0.052142
S.E. of regression	0.049218	Akaike info criterion		-3.064806
Sum squared resid	0.293111	Schwarz criterion		-2.684803
Log likelihood	231.0040	Durbin-Watson stat		1.521165

A tabela apresenta um baixo  $R^2$ , mesmo com todas as variáveis inseridas. Assim ao calcularmos o  $R^2$  do modelo, chegamos ao valor de  $R^2 = 0.8947$ , inferior ao valor atingido no modelo anterior e com todas as variáveis no modelo. Ao aplicar-se o método *backward* o  $R^2$  tende a sempre reduzir-se, ou seja, não adianta aplicar o método, visto que o modelo já apresenta resultados inferiores ao atingido com a primeira abordagem.

### 3.7 APLICAÇÃO DO MODELO DE REGRESSÃO E SÉRIES TEMPORAIS SIMULTANEAMENTE

A segunda proposta de modelagem, seria a aplicação do processo de regressão conjuntamente com o modelo  $ARIMA(p, d, q)$ , de forma simultânea,

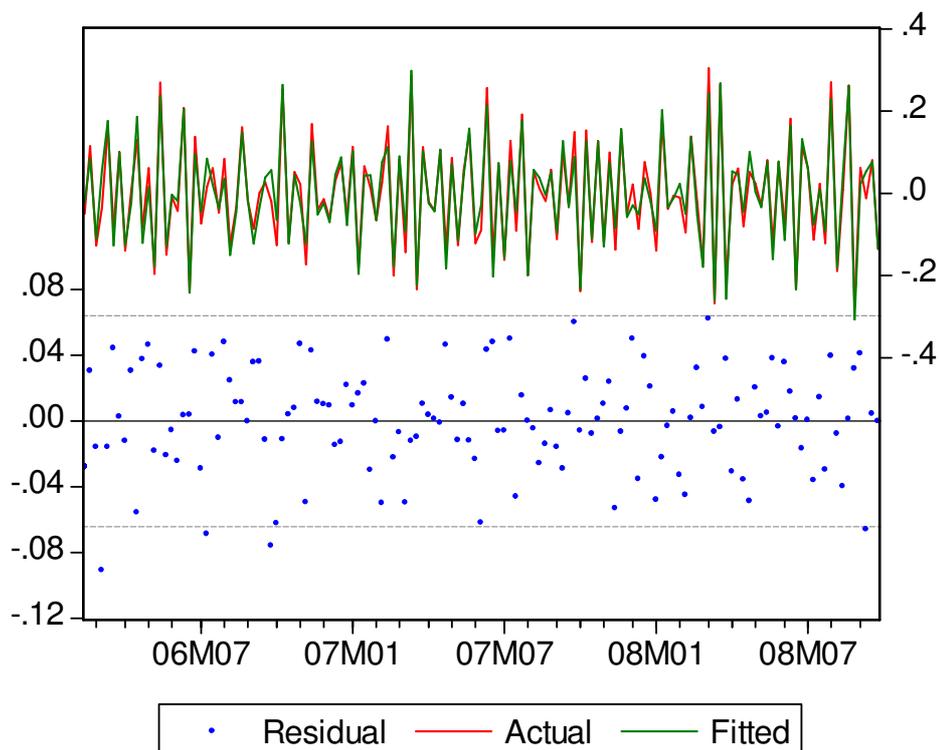
permitindo que as variáveis tenham seus coeficientes ajustados de forma conjunta com os coeficientes do modelo de séries temporais.

Sendo assim a Tabela 8 resume os resultados obtidos com o processo de modelagem conjunta utilizando os modelos de regressão e séries temporais simultaneamente na obtenção dos coeficientes ótimos para as séries das segundas diferenças. Novamente o processo de refino das variáveis foi realizado utilizando-se o método *backward*, inclusive com os coeficientes pertencentes ao modelo de séries temporais.

**Tabela 8 - Saídas do software Eviews para o modelo de sobre o ativo PETR4**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(D(REAL))	0.806377	0.174504	4.620967	0.0000
D(D(PETROLEO))	0.257813	0.095261	2.706397	0.0077
D(D(CRY))	0.514521	0.188622	2.727794	0.0073
D(D(HSI))	0.430958	0.122919	3.506043	0.0006
D(D(SPX))	1.254190	0.194086	6.462048	0.0000
AR(1)	-0.825335	0.093673	-8.810813	0.0000
AR(2)	-0.508687	0.104647	-4.860967	0.0000
AR(3)	-0.393791	0.120554	-3.266507	0.0014
AR(4)	-0.195337	0.093113	-2.097852	0.0379
MA(1)	-0.997205	0.077019	-12.94753	0.0000
R-squared	0.943987	Mean dependent var		-0.000496
Adjusted R-squared	0.940018	S.D. dependent var		0.131018
S.E. of regression	0.032088	Akaike info criterion		-3.970480
Sum squared resid	0.130764	Schwarz criterion		-3.757343
Log likelihood	281.9779	Durbin-Watson stat		2.160758
Inverted AR Roots	.16-.66i	.16+.66i	-.58-.30i	-.58+.30i
Inverted MA Roots	1.00			

A Figura 25 permite a comparação entre a série real dos retornos do ativo, e a série estimada a partir da aplicação do modelo obtido. É possível também a observação do aspecto dos resíduos obtidos a partir da discrepância entre os valores reais e estimados, o que mostra boa aderência do modelo proposto à série com os valores reais, visto a semelhança entre as duas séries ao longo de todas as observações.



**Figura 26 - Séries Real, Estimada e Residual do modelo sobre o ativo PETR4**

A observação do  $R^2$ , em comparação com a abordagem apresentada anteriormente retifica a hipótese de melhoria da modelagem ao aplicar-se a simultaneamente os modelos de regressão e séries temporais, uma vez que a primeira abordagem apresenta um  $R^2 = 0.927$ , enquanto a última abordagem em que se aplica no processo de modelagem tanto os parâmetros referentes ao modelo de regressão quanto os advindos da modelagem de séries temporais apresenta um  $R^2$  relativamente maior, apresentando um valor de  $0.944$ .

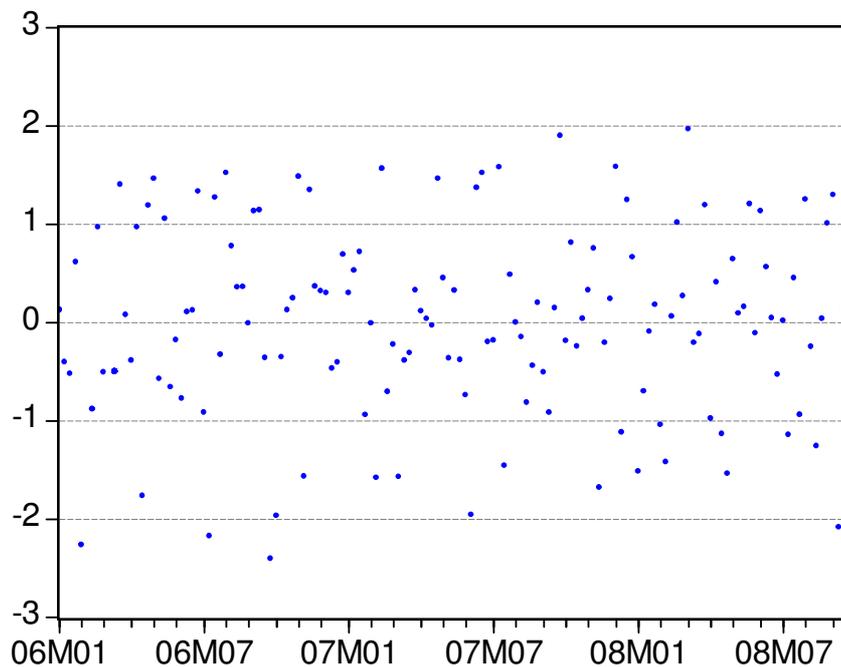
É possível também destacar a baixa ocorrência de pontos fora dos limites de dois desvios padrões para baixo e para cima (no segundo modelo foram identificados 4 pontos contra 8 do primeiro modelo proposto, correspondentes a 2,8% e 5,6% dos pontos respectivamente). Este fato credibiliza o modelo confirmando sua aderência frente aos valores reais, porém uma análise dos resíduos mostrará maiores informações acerca da eficiência do modelo proposto.

### 3.8 ANÁLISE DOS RESÍDUOS

Como apresentado anteriormente, quando da exposição das considerações teóricas a respeito dos modelos de regressão, a análise dos resíduos corresponde a uma etapa de extrema importância no processo de avaliação do modelo proposto. Tem como principal objetivo testar a aderência do modelo frente aos valores reais observados.

As hipóteses comuns são que os erros são independentes entre si, e seguem uma distribuição descrita por  $N(0, \sigma^2)$ , ou seja, uma distribuição normal, com média zero e variância constante e igual a  $\sigma^2$ . Portanto, se o modelo construído for satisfatório, os resíduos encontrados com a utilização do modelo devem tender a confirmar as hipóteses feitas, ou, ao menos devem não demonstrar justificativas para negá-las.

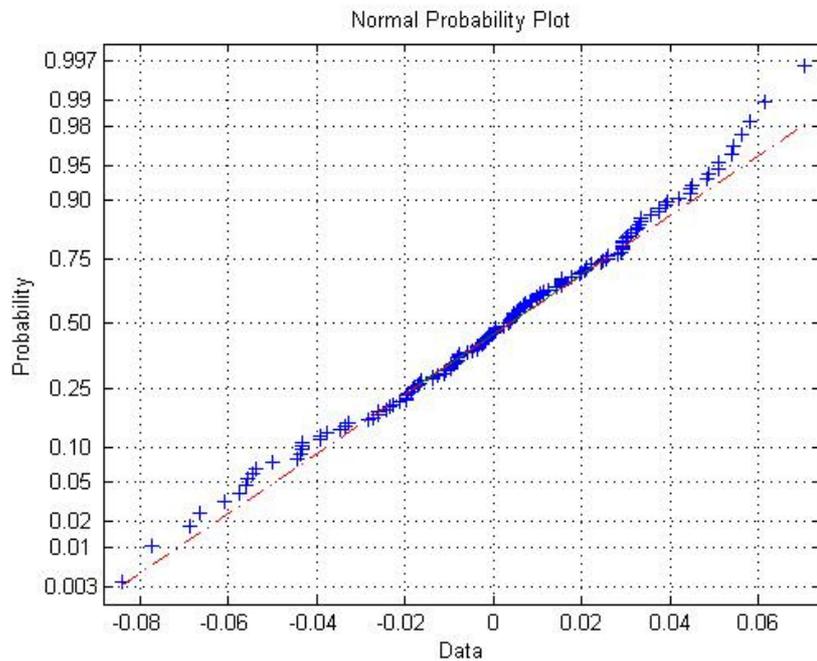
Sendo assim cabe neste momento apresentar uma representação bastante útil para a avaliação dos resíduos, o gráfico dos resíduos padronizados. A padronização dos resíduos é realizada dividindo-se os resíduos pelo seu desvio padrão, desta forma é possível avaliar a dispersão dos resíduos em relação aos valores reais. A Figura 27 ilustra os resíduos padronizados do modelo proposto, sendo que é possível observar um comportamento aceitável, uma vez que não apresenta muitos valores acima dos limites de dois desvios padrões para baixo ou para cima, na verdade somente apresenta poucos valores abaixo dos limites de dois desvios padrões.



**Figura 27 - Resíduos padronizados**

Enquanto a apresentação dos resíduos padronizados avalia a magnitude dos erros em relação aos valores reais da série, além da evolução dos resíduos como descrito anteriormente na revisão bibliográfica que deve seguir um perfil semelhante ao apresentado na Figura 3 (a), em que são expostos padrões satisfatórios e insatisfatórios para a evolução dos resíduos. Neste sentido os resíduos também apresentam característica satisfatória, se aproximando do perfil caracterizado como satisfatório.

O Papel de Probabilidade Normal – PPN – avalia uma hipótese importante quando da análise dos resíduos, a normalidade dos dados. Construído em uma escala conveniente, uma variável que descreve uma curva normal de probabilidades, ao plotada nesta escala, descreverá sobre o papel uma linha reta. A Figura 28 apresenta os resíduos plotados em um PPN em que é observada uma aderência dos resíduos e a representação de uma reta, com exceção das caudas que apresentaram um comportamento ligeiramente fora, porém os resíduos como um todo tenderam a apresentar um comportamento correspondente a uma distribuição normal, o que recorre a uma avaliação positiva quanto aos resíduos do modelo.



**Figura 28 - Resíduos plotados no Papel de Probabilidade Normal (PPN)**

Desta forma, podendo agora concluir que o modelo mais adequado para o tipo de análise é o proposto pelo último modelo. Na seqüência é apresentada a equação obtida, que representa os retornos do ativo estudado em função das variáveis selecionadas para a análise, e que ao final do processo de modelagem permaneceram no modelo pode ser descrita abaixo:

$$\begin{aligned} \Delta^2(PETRA4) = & 0,80638 * A + 0,25781 * B + 0,51452 * C + 0,43096 * D \\ & + 1,25419 * E - 0,82533 * F - 0,50869 * G - 0,39379 * H \\ & - 0,19534 * I - 0,99721 * J \end{aligned}$$

Onde:

- A → Segunda Diferença dos Retornos dos preços do Real
- B → Segunda Diferença dos Retornos dos preços do Petróleo
- C → Segunda Diferença da Variação do índice de *commodities* CRY
- D → Segunda Diferença da Variação do índice de *Hong Kong*
- E → Segunda Diferença da Variação do índice S&P

- F → Fator auto-regressivo de ordem 1
- G → Fator auto-regressivo de ordem 3
- H → Fator auto-regressivo de ordem 4
- I → Fator de médias móveis de ordem 1
- J → Fator de médias móveis de ordem 1

Quanto às variáveis explicativas que permaneceram no modelo, a saber: Real, Petróleo, CRY, índice de Hong Kong e o S&P, como apresentados anteriormente quando da análise das correlações com o ativo PETR4, estas variáveis se apresentam como muito pertinentes em relação ao significado econômico.

O Real é de extrema importância na análise visto que: primeiro o ativo é negociado em moeda brasileira e, segundo, a empresa apresenta um comércio externo bastante significativo, sendo que a valorização/desvalorização da moeda impacta nos retornos ao investidor. O coeficiente positivo desta variável indica que para o investidor estrangeiro, como já fora explicado anteriormente, quando do estudo das correlações indica que para o investidor estrangeiro o efeito do câmbio é mais expressivo que as flutuações dos preços do ativo correspondente à sensibilidade dos resultados da empresa frente às oscilações da moeda brasileira. Lembrando que o presente trabalho não procura avaliar empresas, mas sim ativos. Para o investidor estrangeiro, é extremamente importante levar em consideração os efeitos do câmbio em seus investimentos.

Quanto ao Petróleo e o índices de *commodities*, já era esperado que entrassem no modelo dada a característica do negócio da empresa, e o fato de estarem no modelo final bem como os coeficientes positivos, ratifica a seleção de variáveis e o processo de modelagem proposto.

Os Índices de Ações podem ser justificados pela influência da economia global nos retornos do ativo, dada a intensa globalização em que o mercado financeiro está inserido, logo flutuações nos preços dos ativos globais são refletidos nos retornos do ativo da empresa brasileira.

## *APLICAÇÃO DO MODELO*

---

## **4 APLICAÇÃO DO MODELO**

Como apresentado anteriormente, a modelagem proposta no capítulo 3 foi aplicada para outros ativos, seguindo a metodologia exposta, de forma a proporcionar, nesta seção, um material suficiente para avaliar o processo de modelagem quanto à pertinência das variáveis, bem como a aplicação deste tipo de modelagem para uma carteira de ações.

### ***4.1 EXPANSÃO PARA OUTROS ATIVOS***

Os ativos selecionados para a análise foram definidos também na seção anterior e são os seguintes: PETR4, ativo este que serviu de apresentação e descrição do processo de modelagem, VALE5, da empresa Vale do Rio Doce, e BBDC4, da empresa Bradesco. Os resultados obtidos do processo de modelagem, os gráficos,

bem como as equações obtidas que resumem as interferências das variáveis sobre as oscilações dos retornos dos ativos, são apresentados a seguir:

Primeiramente são apresentados os resultados referentes à análise do ativo BBDC4, sendo que a tabela abaixo apresenta as saídas do *Eviews*, após a retirada das variáveis não significativas utilizando-se o algoritmo *backward*.

**Tabela 9 - Saídas do software Eviews para o modelo de sobre o ativo BBDC4**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(D(REAL))	1.130675	0.206271	5.481490	0.0000
D(D(HSI))	0.530804	0.148927	3.564188	0.0005
D(D(SPX))	1.218534	0.230286	5.291392	0.0000
AR(1)	-1.014000	0.062317	-16.27172	0.0000
AR(2)	-0.830333	0.048055	-17.27882	0.0000
AR(4)	0.129600	0.060600	2.138635	0.0344
MA(1)	-1.053381	5.09E-05	-20677.62	0.0000
MA(3)	-0.822762	0.026529	-31.01316	0.0000
MA(4)	0.877597	0.026513	33.10056	0.0000
R-squared	0.947581	Mean dependent var		0.001455
Adjusted R-squared	0.944305	S.D. dependent var		0.144729
S.E. of regression	0.034156	Akaike info criterion		-3.852330
Sum squared resid	0.149328	Schwarz criterion		-3.660506
Log likelihood	272.8846	Durbin-Watson stat		1.859579
Inverted AR Roots	.32	-.43-.82i	-.43+.82i	-.48
Inverted MA Roots	1.00-.02i	1.00+.02i	-.47+.81i	-.47-.81i

Em seguida cabe a apresentação da reconstrução da série a fim de compará-la com a série original dos retornos do ativo estudado, bem como a observação dos resíduos obtidos das diferenças entre as duas séries, onde é possível observar um comportamento dos resíduos de maneira satisfatória, dada sua semelhança com a figura 3 (a) que apresenta o perfil de resíduos satisfatórios, bem como a baixa incidência de pontos fora dos limites de dois desvios padrões.

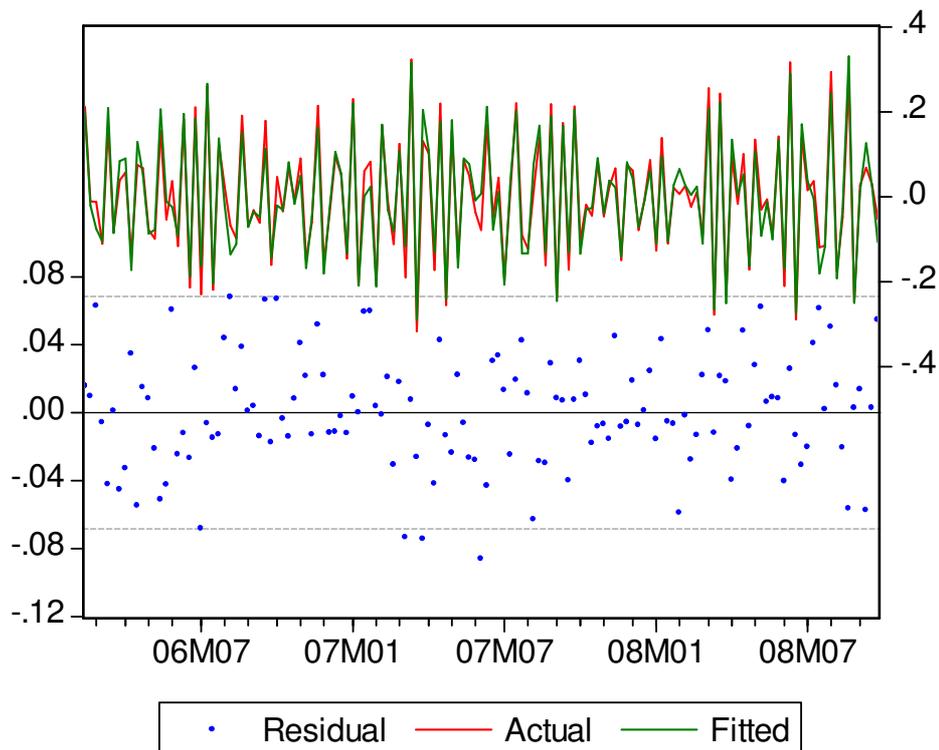


Figura 29 - Séries Real, Estimada e Residual do modelo sobre o ativo BBDC4

Por fim a equação obtida que resume o comportamento dos retornos do ativo frente às variáveis estudadas, é apresentada a seguir:

$$\begin{aligned} \Delta^2(BBDC4) = & 1,13068 * A + 0,53080 * B + 1,218534 * C - 1,014 * D \\ & - 0,83033 * E + 0,1296 * F - 1,05338 * G - 0,82276 * H \\ & - 0,8776 * I \end{aligned}$$

Onde:

- A → Segunda Diferença dos Retornos dos preços do Real
- B → Segunda Diferença da Variação do índice de *Hong Kong*
- C → Segunda Diferença da Variação do índice S&P
- D → Fator auto-regressivo de ordem 1
- E → Fator auto-regressivo de ordem 2
- F → Fator auto-regressivo de ordem 4

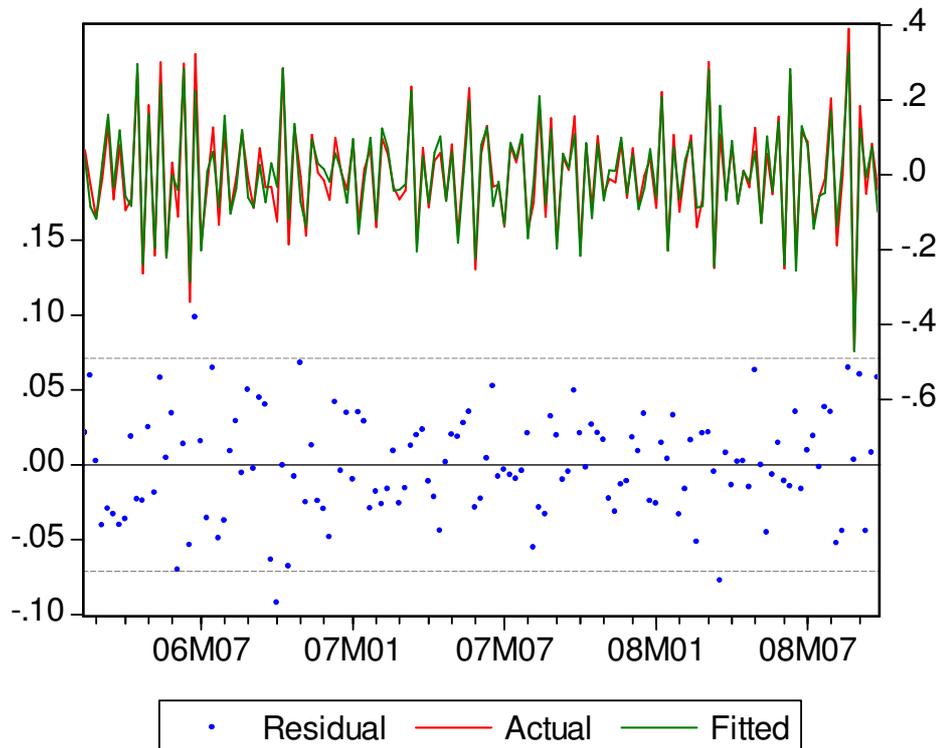
- G → Fator de médias móveis de ordem 1
- H → Fator de médias móveis de ordem 3
- I → Fator de médias móveis de ordem 4

Em seguida, na tabela 8, são apresentados os resultados obtidos da análise do ativo VALE5, sendo apresentada, neste primeiro momento a tabela que sintetiza as saídas do programa.

**Tabela 10 - Saídas do *software* Eviews para o modelo de sobre o ativo VALE5**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(D(REAL))	0.939397	0.191071	4.916489	0.0000
D(D(CDS10))	-0.125858	0.054247	-2.320082	0.0220
D(D(CDS1))	0.093156	0.038345	2.429438	0.0165
D(D(PETROLEO))	0.309979	0.069872	4.436412	0.0000
D(D(T2))	0.265823	0.129216	2.057192	0.0417
D(D(COBRE))	0.289691	0.065664	4.411687	0.0000
D(D(SPX))	1.464792	0.231236	6.334628	0.0000
AR(1)	-0.771117	0.085919	-8.974968	0.0000
AR(2)	-0.676989	0.091779	-7.376327	0.0000
AR(3)	-0.658344	0.095471	-6.895770	0.0000
AR(4)	-0.394812	0.087688	-4.502485	0.0000
MA(1)	-0.980687	0.008604	-113.9852	0.0000
R-squared	0.940875	Mean dependent var		0.000146
Adjusted R-squared	0.935672	S.D. dependent var		0.143745
S.E. of regression	0.036458	Akaike info criterion		-3.701795
Sum squared resid	0.166148	Schwarz criterion		-3.446031
Log likelihood	265.5730	Durbin-Watson stat		2.030716
Inverted AR Roots	.24+ .82i	.24-.82i	-.62-.39i	-.62+.39i
Inverted MA Roots	.98			

Por fim é apresentado na Figura 30 o gráfico que reúne consigo a comparação da série original e a série estimada com a utilização do modelo proposto, a fim de obter também a visualização dos resíduos do modelo e a aderência do modelo frente aos valores reais da série.



**Figura 30 - Séries Real, Estimada e Residual do modelo sobre o ativo VALE5**

Após a apresentação do modelo para o ativo, a seguir é apresentada a equação que reúne as variáveis selecionadas e como estas interferem e explicam o movimento e as oscilações dos retornos do ativo VALE5:

$$\begin{aligned} \Delta^2(VALE5) = & 0,93940 * A - 0,12586 * B + 0,095156 * C + 0,30998 * D \\ & + 0,26582 * E + 0,28969 * F + 1,46479 * G - 0,77112 * H \\ & - 0,67699 * I - 0,65834 * J - 0,39481 * K - 0,98069 * L \end{aligned}$$

Onde:

- A → Segunda Diferença dos Retornos dos preços do Real
- B → Segunda Diferença da Variação do *Credit Default Swap* (10 anos)
- C → Segunda Diferença da Variação do *Credit Default Swap* (1 ano)
- D → Segunda Diferença dos Retornos dos preços do Petróleo

- E → Segunda Diferença da Variação da taxa de juros do Governo americano (2 anos)
- F → Segunda Diferença dos Retornos dos preços do Cobre
- G → Segunda Diferença da Variação do índice S&P
- H → Fator auto-regressivo de ordem 1
- I → Fator auto-regressivo de ordem 2
- J → Fator auto-regressivo de ordem 3
- K → Fator auto-regressivo de ordem 2
- L → Fator de médias móveis de ordem 1

#### **4.2 APLICAÇÕES DO MODELO**

Uma das aplicações deste modelo é proporcionar o conhecimento dos ativos e a definição das condições de mercado que interferem sobre o retorno dos ativos, ou seja, quais riscos a empresa é mais sensível, qual deverá ser a preocupação do investidor, bem como proporcionar a observação e a exploração de oportunidades, uma vez que é possível através da modelagem proposta identificar dentre as variáveis selecionadas para a análise aquelas que possuem interferência, correlação com os ativos estudados, sendo possível verificar a sensibilidade dos ativos frente às flutuações do mercado e ao ambiente em que a empresa emissora do ativo está inserida.

Uma vez conhecido as variáveis que influenciam diretamente nas oscilações dos preços dos ativos, é possível verificar quais riscos o investidor está mais sensível, e conseqüentemente analisar quais riscos ele está sujeito a assumir. Desta forma é possível, portanto, tanto analisar o potencial de retorno de um portfólio já previamente definido com a utilização de outros métodos de análise, quanto propor portfólios a partir da exploração de oportunidades identificadas com a metodologia proposta.

Outra finalidade deste tipo de abordagem de verificação de fatores de risco é a possibilidade de imunização de portfólios, visto que são levantados os riscos que

cada ativo está sujeito, sendo possível, portanto, propor portfólios que sejam capazes de proporcionar uma imunização para um fator de risco específico, tanto pela combinação de ativos com correlações contrárias com dado fator de risco quanto assumindo posições compradas e vendidas com ativos que possuem correlação de mesmo sinal em relação a um mesmo fator de risco.

Desta forma construindo um portfólio que parte da combinação de ativos com correlações contrárias em relação a um fator de risco ou mesmo assumindo posições compradas e vendidas em ativos com correlação de mesmo sinal, é possível uma alocação que permita a obtenção de um portfólio com uma correlação bastante reduzida em relação a um determinado fator de risco proporcionando uma imunização com relação a este risco o qual o investidor não está disposto a assumir por algum motivo, seja pelo não conhecimento profundo acerca deste fator de risco, seja pela expectativa de uma elevada volatilidade com relação a este risco.

## **CONCLUSÕES**

---

## 5 CONCLUSÕES

Retomando a problemática do estudo de ações é importante ressaltar a elevada complexidade observada quando da análise de ações. A quantidade de variáveis envolvidas representa um cenário impossível de ser abordado por completo por um modelo matemático. Como apontado no texto cabe aos investidores o desenvolvimento de ferramentas que auxiliem no processo de decisão, permitindo uma análise dos ativos de maneira satisfatória e rápida a fim de acompanhar o dinamismo do mercado acionário.

A apresentação dos resultados obtidos com a aplicação do modelo aos ativos estudados no trabalho indica uma boa aderência do modelo aos valores reais das séries. A modelagem construída com a utilização dos modelos de regressão linear múltipla bem como de séries temporais simultaneamente, apresentou boa consistência, trazendo bons resultados.

A abordagem adotada tanto quanto à análise a partir dos retornos percentuais apresentou bons resultados, tanto quanto a obtenção das séries estacionárias, a padronização das escalas, bem como as correlações obtidas frente às variáveis do modelo. Os retornos percentuais permitiram a observação da sensibilidade dos ativos frente às oscilações das variáveis em janelas semanais, o que apresentou bons resultados, visto a pertinência confirmada das variáveis remanescentes do processo de modelagem com a utilização do método *backward*, apresentado ao longo do texto.

O modelo proposto permite além da identificação de variáveis intuitivamente relacionadas, a observação de variáveis aparentemente não relacionadas, ou até mesmo a observação da não correlação de uma variável em relação ao ativo estudado mesmo que aparentemente esta relação seja economicamente esperada. Um exemplo disso foi a observação da não correlação dos preços do Gás Natural com o ativo PETR4, onde era esperada uma correlação dado que a *commodity* é parte dos produtos oferecidos pela empresa, logo era esperado um impacto nos lucro e finalmente nos preços do ativo. Fato que pôde ser perfeitamente justificado mas que seu levantamento se deu através do processo de modelagem.

Uma dificuldade observada, principalmente na seleção das variáveis, foi a quantidade reduzida de indicadores que refletem a dinâmica do cenário econômico brasileiro com histórico amplo, a maioria possui um histórico muito breve. Isto se deve ao fato de a economia brasileira não apresentar ainda um estágio de desenvolvimento que pode ser observado em outras economias como a européia e a norte-americana, onde são encontrados inúmeros indicadores, e com um histórico bastante antigo.

Porém já é observada uma evolução nestes aspectos por parte dos indicadores brasileiros, bem como uma evolução crescente da confiabilidade dos órgãos que realizam tais levantamentos. Isto indica um potencial bastante interessante para este tipo de abordagem exposto no trabalho, visto que esta depende da existência de indicadores que sintetizem o comportamento da economia.



## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

---

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN W.C. – *“Winning The Performance Game – Managing Stock Portfolios For Top Performance”*. S. Jackson St., 2005. (e-book disponível em [www.clayallen.com](http://www.clayallen.com)).

ASSAF NETO, A. – *“Finanças Corporativas e Valor”*. Editora Atlas. 2ª Edição, 2006.

BOX, G. E. P. e JENKINS, G. M. – *“Time Series Analysis: Forecasting and Control”*. Holden- Day Inc., 1970.

BUTLER, W. F. – *“How Business Economists Forecast”*. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice-Hall, 1966.

CEDISMONDI, G. N. S. – *“Análise de um Modelo de Previsão da Taxa de Juros dos Títulos Públicos Brasileiros”*, EP/PRO, 2008.

- DRAPER, N. R.; SMITH, H. – *“Applied regression analysis”*. John Wiley & Sons Inc., 1966.
- ENDERS, W. – *“Applied Econometric Time Series”* – 2ª edição, John Wiley & Sons, Inc., 2004.
- FABOZZI, F. J. – *“Investment Management”*. Englewood Cliffs : Prentice Hall, 1994
- MARTINS A. C. – *“Mercados Derivativos e Análise de Risco”*. MAS Editora. 1ª Edição. Volumes 1 e 2., 2004
- MURPHY, J. J. – *“Technical Ananalysis of the Futures Markets – A Comprehensive Guide to Trading Methods and Applications”*. New York. Prentice-Hall. 1986.
- MORETTIN P. A.; TOLOI C. M. C. – *“Análise de Séries Temporais”*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2004.
- MYERS, R. H. – *“Classical and Modern Regression With Applications”*. Duxbury Press. Second Edition, 1990
- OLIVEIRA, M. D. B. – *“Introdução ao mercado de ações”*. CNBV - COMISSÃO NACIONAL DE BOLSAS DE VALORES, 1983
- PETRÓLEO BRASILEIRO S. A. – Disponível em < [www.petrobras.com](http://www.petrobras.com)>. Acesso em 11/11/2008.
- REILLY F.K.; BROWN K.C. – *“Investment Analysis and Portfolio Management”*. The Dryden Press. Fifth Edition, 1997
- SMITH, ADAM – *“A Riqueza das Nações”*. São Paulo: Abril Cultural, 1983
- WOODRUFF, G. P. – *“Investment and Speculation”*. Alexander Hamilton Institute. 1954